

ABC DELLE COSTRUZIONI

PRINCIPI BASE PER LA PROGETTAZIONE STRUTTURALE





Marco Boscolo Bielo

ABC DELLE COSTRUZIONI – PRINCIPI BASE PER LA PROGETTAZIONE STRUTTURALE

Ed. I (10-2020)

ISBN 13 978-88-277-0162-1 EAN 9 788827 701621

Collana Manuali (259)

Ringrazio:

Concrete s.r.l. per Sismicad, il Prof. Enzo Siviero, i compianti Prof. Giuseppe Creazza e Piero Pozzati, e tutti coloro i quali hanno contribuito con la loro Cultura a formare la mia.

L'Autore



Prima di attivare Software o WebApp inclusi prendere visione della licenza d'uso.

Inquadrare con un reader il QR Code a fianco oppure collegarsi al link https://grafill.it/licenza

© GRAFILL S.r.l. Via Principe di Palagonia, 87/91 – 90145 Palermo
Telefono 091/6823069 – Fax 091/6823313 – Internet http://www.grafill.it – E-Mail grafill@grafill.it













Finito di stampare presso Tipografia Publistampa S.n.c. – Palermo

Edizione destinata in via prioritaria ad essere ceduta nell'ambito di rapporti associativi.

Tutti i diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica e di riproduzione sono riservati. Nessuna parte di questa pubblicazione può essere riprodotta in alcuna forma, compresi i microfilm e le copie fotostatiche, né memorizzata tramite alcun mezzo, senza il permesso scritto dell'Editore. Ogni riproduzione non autorizzata sarà perseguita a norma di legge. Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.



SOMMARIO

KESE.	NIAZIONE	p.	J
A 77 I		,,	1
	ONI SULLE COSTRUZIONI	,,	1
1.1.	Il concetto di forza	,,	1
1.2.	Definizione di forza	,,	1
1.3.	Massa e forza-peso	,,	1
	1.3.1. Massa	,,	1
	1.3.2. Forza peso	,,]
	1.3.3. Differenza fra massa e forza peso	,,]
	ESEMPIO 1.1. Massa e forza-peso	,,]
1.4.	Cenni sulle operazioni vettoriali		,
1.5.	Carichi agenti sulle costruzioni	"	4
1.6.	Normativa italiana relativa ai carichi agenti sulle costruzioni		
	1.6.1. Carichi permanenti	,,	
	ESEMPIO 1.2. Determinazione		
	del peso proprio di un elemento strutturale		
	1.6.2. Carichi variabili ed eccezionali	,,	
	1.6.3. Azione della neve	,,	
	1.6.3.1. Valore caratteristico della neve al suolo		
	ESEMPIO 1.3. Determinazione carico neve in zona Alpina	"	
	ESEMPIO 1.4. Determinazione carico neve in zona pianeggiante	"	
	1.6.3.2. Coefficiente di esposizione	"	
	1.6.3.3. Coefficiente termico	"	
	1.6.3.4. Coefficiente di forma μ per le coperture	"	
	ESEMPIO 1.5. Determinazione del carico neve		
	per coperture ad una falda	"	
	ESEMPIO 1.6. Determinazione del carico neve		
	per coperture a 2 falde in assenza di vento	"	
	ESEMPIO 1.7. Determinazione del carico neve		
	per coperture a 2 falde in presenza di vento	"	
	1.6.4. Azione del vento	"	2
	ESEMPIO 1.8. Determinazione della pressione del vento	″	

		1.6.5.	Variazioni termiche	p. 3
		ESEM	PIO 1.9. Effetti di variazione di temperatura	″ ∠
		1.6.6.	Altre tabelle utili	
			per la determinazione dei pesi propri	″ ∠
2.	EQU	ILIBRI	O DEI SISTEMI STRUTTURALI	" Z
	2.1.	Concet	to e definizione di corpo rigido	″ ∠
	2.2.	Traslaz	rioni e rotazioni nel piano	″ ∠
	2.3.	I vinco	li	″ ∠
	2.4.	Vincoli	i sufficienti, insufficienti, sovrabbondanti	" 4
	2.5.	Cenni o	di analisi cinematica	" 4
		2.5.1.	Travi	" 5
		ESEM	PIO 2.1. Approssimazione di arco con tangente	" 4
		2.5.2.	Portali	" 4
		ESEM	PIO 2.2. Determinazione	
		dei gra	di di libertà e numero dei vincoli	" 4
	2.6.		e reazioni nei vincoli	" 4
		2.6.1.	Equilibrio alla traslazione verticale	" 4
		2.6.2.	Equilibrio alla traslazione orizzontale	" (
		2.6.3.	Le condizioni di congruenza espresse dai vincoli	" (
		2.6.4.	Determinazione delle reazioni vincolari	
			per via grafica ed analitica	" (
	2.7.	Applica	azione delle condizioni di equilibrio alla traslazione	
		nella so	oluzione della trave isostatica con carico centrato	" <i>(</i>
		ESEM	PIO 2.3.	" (
	2.8.	Equilib	orio alla rotazione	" (
		2.8.1.	Necessità di considerare	
			una ulteriore condizione di equilibrio	<i>"</i> (
		2.8.2.	La Bilancia di Archimede	" (
	2.9.	Il mom	nento	″ ′
	2.10.	La reaz	zione vincolare al momento:	
		la cond	lizione di congruenza espressa dall'incastro	″ ′
	2.11.		azioni cardinali della statica	″ ′
		•	PIO 2.4. Reazioni vincolari di trave isostatica	
			numero qualsiasi di carichi concentrati	" -
3.	SIST	EMI ISO	OSTATICI	"
٥.	3.1.		ni staticamente determinati	" -
	3.2.		in staticamente determinati	" -
	J.4.		PIO 3.1. Reazioni vincolari	,
			sola con carico all'estremità	,, ,



		ESEMPIO 3.2. Reazioni vincolari		
		di mensola con carico distribuito uniforme	p.	79
		ESEMPIO 3.3. Reazioni vincolari	•	
		di mensola con carico distribuito in modo triangolare	"	80
		ESEMPIO 3.4. Reazioni vincolari		
		di mensola con carico altri carichi	″	81
		ESEMPIO 3.5. Reazioni vincolari		
		di trave appoggiata con carico centrato	"	82
		ESEMPIO 3.6. Reazioni vincolari		
		di trave appoggiata con carico decentrato	"	82
		ESEMPIO 3.7. Reazioni vincolari		
		di trave appoggiata con carico distribuito	"	83
		ESEMPIO 3.8. Reazioni vincolari		
		di trave appoggiata con carico triangolare	″	83
	3.3.	Triliti	"	83
		ESEMPIO 3.9. Soluzioni per sistemi trilitici	"	84
	3.4.	Travi appoggiate su supporti continui	"	86
		ESEMPIO 3.10. Soluzioni		
		per travi appoggiate su supporti continui	"	87
	3.5.	Archi	"	87
		ESEMPIO 3.11. Arco a tre cerniere	″	89
	3.6.	Isostaticità dei reticoli piani a maglia triangolare	"	91
	3.7.	Soluzione dei reticoli piani a maglia triangolare	"	93
		ESEMPIO 3.12.	"	93
	3.8.	Capriate	"	95
	3.9.	Statica grafica per archi	"	97
4.	TEO	RIA ELASTICA DEI MATERIALI	"	99
	4.1.	Generalità	″	99
	4.2.	La Legge di Hooke	″	99
		4.2.1. Dalle esperienze alla legge	"	100
	4.3.	La tensione normale σ	″	103
		4.3.1. La definizione	″	103
		4.3.2. Il concetto	"	103
	4.4.	La deformazione unitaria longitudinale ε	″	105
		4.4.1. La definizione	″	105
		4.4.2. Il concetto	″	105
		ESEMPIO 4.1. Deformazione longitudinale	"	105
	4.5.	La Legge di Hooke		
		alla luce dei concetti di tensione e deformazione	″	107
	4.6.	Il modulo di Young	"	109

	4.6.1.	La definizione				
	4.6.2.	Il concetto				
	ESEM	PIO 4.2. Modulo di Young				
4.7.	La Leg	ge di Hooke espressa nelle relazioni carichi/allungamenti				
	e tensio	oni/deformazioni				
4.8.	Il coeff	ficiente di Poisson v				
	4.8.1.	La definizione				
	4.8.2.	Il concetto				
4.9.	Corpi e	elastici: modello e realtà				
4.10	. Trazion	ne e compressione semplici				
	4.10.1.	Le ipotesi				
	4.10.2.	Tensioni di trazione e tensioni di compressione				
	ESEM	PIO 4.3. Determinazione delle tensioni normali				
	ESEM	PIO 4.4. Determinazione degli allungamenti				
	ESEM	PIO 4.5. Determinazione				
	delle de	eformazioni longitudinali				
	ESEM	PIO 4.6. Stato tensionale di murature compresse				
4.11	. Le cara	atteristiche di sollecitazione				
4.12	. Le ipot	tesi di De Saint Venant				
	ESEM	PIO 4.7. Caratteristiche di sollecitazione				
	di trave	e con carico uniformemente distribuito				
LA FLESSIONE						
5.1.		ılità				
5.2.		sione semplice				
3.4.	5.2.1.	Le ipotesi				
	5.2.2.	Le deformazioni				
	5.2.3.					
	5.2.3. 5.2.4.	Il legame fra tensioni e deformazioni				
	5.2.4. 5.2.5.	Il legame fra sollecitazioni esterne (momento flettente M)				
	3.4.3.	e tensioni interne				
5.3.	Il cone	etto di momento d'inerzia				
5.4.		e fra sollecitazione esterna (M) e curvatura (1/r)				
5.4. 5.5.	_	ulo di resistenza elastico w				
5.5.		IPIO 5.1. Determinazione				
		ione massima a flessione retta				
<i>5 (</i>						
5.6.		one deviata				
		IPIO 5.2. Determinazione				
		ione massima a flessione deviata				
		PIO 5.3. Determinazione di tensione				
	massin	na a flessione deviata nei profili normalizzati				

SOMMARIO 7

6.	TAG	LIO	p.			
	6.1.	Generalità				
	6.2.	Le tensioni tangenziali τ	"			
		6.2.1. Il concetto	″			
		6.2.2. La definizione (ipotesi di distribuzione costante)	″			
	6.3.	La deformazione tangenziale γ	"			
	6.4.	La relazione lineare fra le tensioni t e le deformazioni γ	"			
		ESEMPIO 6.1. Determinazione di G per materiali metallici	"			
	6.5.	Confronto e sintesi dello stato				
		di deformazione normale e tangenziale	"			
	6.6.	La Teoria Elementare del Taglio	"			
		6.6.1. Le ipotesi	"			
		6.6.2. Equilibrio di un generico elemento Δ	"			
		6.6.3. Il legame fra tensioni τ				
		e sollecitazione esterna di taglio T	"			
	6.7.	Il momento statico	"			
		ESEMPIO 6.2. Momento statico di una sezione rettangolare	"			
	6.8.	Costruzione dei diagrammi delle tensioni tangenziali	"			
		6.8.1. Sezione rettangolare	"			
		ESEMPIO 6.3. Determinazione				
		delle tensioni tangenziali in una sezione rettangolare	"			
		6.8.2. Sezioni a «T» e a «I»	"			
		ESEMPIO 6.4. Determinazione				
		delle tensioni tangenziali in profili normalizzati	"			
7.	I SIS	TEMI IPERSTATICI	"			
	7.1.	L'insufficienza delle condizioni di equilibrio	"			
	7.2.	Necessità di considerare ulteriori condizioni per la soluzione dei				
		problemi staticamente indeterminati: le condizioni di congruenza	″			
	7.3.	La linea elastica	"			
		7.3.1. Il concetto	"			
		7.3.2. Le rotazioni	"			
		7.3.3. Gli abbassamenti	"			
		ESEMPIO 7.1. Determinazione				
		della freccia di mensola incastrata caricata all'estremo libero	"			
		ESEMPIO 7.2. Determinazione della freccia				
		di mensola incastrata soggetta a momento costante	"			
	7.4.	I corollari del teorema di Mohr	"			
	7.5.	La soluzione della trave iperstatica:				
		esempi elementari ad una campata	″			
		ESEMPIO 7.3. Soluzione di sistema iperstatico	"			

δ.	PKO	BLEMII	DI INSTABILITA – COMPRESSIONE,		
	TEN	SOFLES	SSIONE E PRESSOFLESSIONE	p.	187
	8.1.	La colo	nna	″	187
	8.2.		etto di equilibrio instabile		189
	8.3.	Il conce	etto di carico critico e di tensione critica	"	191
		8.3.1.	Determinazione del Carico Euleriano.	"	192
		8.3.2.	La verifica per carico di punta		
			secondo norma tecnica	"	195
	8.4.	Cenni s	ugli stati di sollecitazione composti	″	196
		8.4.1.	Pressoflessione e tensoflessione.	"	196
		8.4.2.	L'instabilità a pressoflessione	"	198
	8.5.	Il conce	etto di nocciolo centrale di inerzia	"	198
		8.5.1.	Cenni sulla parzializzazione di sezioni		
			costituite da materiali non resistenti a trazione	"	201
9.	LE T	ENSION	NI PRINCIPALI E LE LINEE ISOSTATICHE	″	203
	9.1.	Il conce	etto di tensione principale	"	203
	9.2.	Rappre	sentazione dello stato tensionale del punto		
		median	te i circoli di Mohr	"	205
	9.3.	Il quadı	ro tensionale offerto dalla lettura delle linee isostatiche	"	208
		9.3.1.	Le linee isostatiche	″	208
		9.3.2.	Isostatiche di un elemento compresso (teso)	"	208
		9.3.3.	Isostatiche di una mensola soggetta a flessione e taglio	″	210
			9.3.3.1. Ipotesi di carico	″	210
			9.3.3.2. Andamento delle isostatiche in una sezione	"	210
			9.3.3.3. Andamento longitudinale di una isostatica	″	213
			9.3.3.4. Quadro completo delle due famiglie		
			di isostatiche di trazione e di compressione	"	216
	9.4.	Isostati	che di travi appoggiate soggette a flessione e taglio	″	218
		9.4.1.	Trave appoggiata caricata in mezzeria	″	218
		9.4.2.	Trave appoggiata		
			con due carichi concentrati simmetrici	″	220
		9.4.3.	Trave e mensola caricate uniformemente	"	221
10.	LA L	ETTUR	A STRUTTURALE		
	ATT	RAVERS	SO LE LINEE ISOSTATICHE	″	222
	10.1.	Genera	lità	"	222
			o arco nella trave		223
			e la spinta		223
			Un sistema compresso		223
			La spinta sulle imposte		226

SOMMARIO 9

	10.4.	Archi e spinte nelle travi	p.	230
	10.5.	Lo schema del comportamento a traliccio	″	232
	10.6.	Meccanismo resistente ad arco nelle murature	″	236
	10.7.	Carico e sollecitazioni sugli architravi	"	241
	10.8.	Meccanismo tirante puntone	″	242
11.	LA T	ORSIONE	″	245
	11.1.	Generalità	″	245
	11.2.	Travi a sezione circolare	"	246
	11.3.	Travi a sezione rettangolare	"	249
		ESEMPIO 11.1. Determinazione delle tensioni massime		
		di torsione su sezione rettangolare piena	"	251
	11.4.	Travi a sezione rettangolare allungata e composte	"	251
		ESEMPIO 11.2. Determinazione delle tensioni massime		
		di torsione su sezione aperta	"	253
	11.5.	Travi a sezione chiusa e parete sottile	″	253
		ESEMPIO 11.3. Determinazione delle tensioni massime		
		di torsione su tubolare rettangolare	"	254
	11.6.	Instabilità flesso torsionale	"	255
		11.6.1. Il momento critico M _{cr}	"	255
		ESEMPIO 11.4. Determinazione		
		del momento critico flesso-torsionale	"	256
		11.6.2. Lunghezza libera di inflessione L _{cr}		
		per instabilità flesso-torsionale	"	257
	11.7.	Casi di elementi strutturali soggetti a torsione	"	258
12.	CRIT	TERI DI RESISTENZA	″	259
	12.1.	Diagrammi tensione-deformazione	"	259
	12.2.	Tensione ammissibile.	″	261
	12.3.	Stati monoassiale, biassiale e triassiale	"	261
		12.3.1. Criterio di Grashof-Poncelet.	"	263
		12.3.2. Criterio di Henky – Huber – Von Mises	"	266
13.	MOD	DELLI DI CALCOLO	″	268
	13.1.	Significato concettuale di un modello di calcolo	"	268
	13.2.	Modelli di valutazione della sicurezza	″	271
		ESEMPIO 13.1. Verifica per Tensioni Ammissibili	″	274
	13.3.	Gli stati limite	″	274
	13.4.	Combinazioni di carico per gli stati limite	″	275
		ESEMPIO 13.2. Combinazioni di carico		
		con il Metodo agli Stati Limite (copertura praticabile con neve)	"	278

		ESEMPIO 13.3. Combinazioni di carico	
		con il Metodo agli Stati Limite (permanenti + variabili)	p.
	13.5.	Verifiche allo SLU	"
		ESEMPIO 13.4. Esempio di verifica allo SLU	"
	13.6.	Utilizzo dell'abaco per le verifiche	"
		ESEMPIO 13.5. Esempio di utilizzo dell'abaco	"
14.	LOG	ICHE DI COMPORTAMENTO STRUTTURALE	″
	14.1.	Progettare una struttura	"
	14.2.	La robustezza	"
	14.3.	Duttilità	"
	14.4.	Rigidezza	″
		ESEMPIO 14.1. Determinazione della rigidezza flessionale	
		di una colonna metallica	"
	14.5.	Distribuzione dei carichi in funzione delle rigidezze	"
		ESEMPIO 14.2. Distribuzione del carico	
		in funzione della rigidezza assiale	"
		ESEMPIO 14.3. Distribuzione del carico assiale	
		in un pilastro in calcestruzzo armato	″
		ESEMPIO 14.4. Distribuzione del carico	
		in funzione della rigidezza flessionale	″
	14.6.	Tensioni normali alla base di una muratura	″
API	PEND	DICE	
SOI	LLEC	CITAZIONI E SPOSTAMENTI	
IN A	ALCU	JNI CASI ELEMENTARI – TABELLARIO	″
_	Travi	a sbalzo	"
_	Travi	appoggiate	″
_	Travi	appoggiate con sbalzo	″
_	Travi	con incastro e appoggio	″
_	Travi	con doppio incastro	″
_	Travi	inclinate	″
_	Portal	e a tre cerniere	″
CO	NTE	NUTI E ATTIVAZIONE DELLA WEBAPP	"
1.	Conte	nuti della WebApp	"
	-	siti hardware e software	"
		zione della WebApp	"
4.	Assist	enza tecnica sui prodotti Grafill (TicketSystem)	"



PRESENTAZIONE

ABC delle Costruzioni è un volume pensato per coloro i quali vogliano effettuare il primo passo verso la conoscenza dei principi statici che regolano le costruzioni. L'obiettivo è quello di descriverli ed illustrarli in una esposizione semplificata. Per far questo ho operato scelte ben precise:

- a) ho impostato tutta l'esposizione avvalendomi delle sole 4 operazioni algebriche elementari che tutti conoscono e che simbolicamente sono rappresentate da: «+», «-», «×» e «:» (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione);
- b) ho inseguito l'evoluzione storica delle conoscenze in materia;
- c) ho predisposto numerose illustrazioni che mostrano il senso degli algoritmi;
- d) ho affiancato a tutte le spiegazioni esempi di concrete applicazioni nelle costruzioni.

Si è trattato di una operazione abbastanza complessa da concepire e sviluppare perché, nel tradizionale approccio analitico, in due righe di passaggi differenziali è racchiuso un mondo. Purtroppo questo mondo, poco accessibile ai più, funge da barriera e allontana i lettori. Allora ho cominciato a pensare ad un *approccio storico* di questo tipo: in determinate epoche in cui non ci si poteva avvalere di tanta raffinatezza matematica i concetti e l'operatività tecnica erano comunque tali da garantire ai costruttori la consapevolezza di certe scelte statiche. E qui il pensiero va, ad esempio, ai monumentali acquedotti Romani, alle cattedrali Gotiche, ecc.. Ecco dunque giustificata la scelta del *percorso storico-conoscitivo*: mettere il lettore nelle stesse condizioni di coloro i quali, privi delle conoscenze della sofisticata analisi matematica, dovettero affrontare ugualmente le problematiche costruttive e le risolsero. In quest'ottica, anche la scelta di utilizzare le operazioni elementari dell'algebra risulta, in qualche misura, coerente. In questa sede sarebbe troppo lungo spiegarne pienamente i motivi ma possiamo ricordare che, ad esempio, Archimede perveniva alla risoluzione di alcuni calcoli, che oggi chiameremo *integrali*, attraverso operazioni di somma.

Ecco, questo è il quadro generale entro il quale ho generato questo *racconto* sui *principi* base della progettazione strutturale.

E ora veniamo ai contenuti. Nel presente testo troverete i Principi della Statica (o Equilibrio dei Corpi Rigidi) e tirerò in ballo proprio Archimede per la comprensione di alcune condizioni. Passeremo poi all'Equilibrio dei Corpi Elastici (materia propria della Scienza delle Costruzioni) e vedremo come Robert Hooke impostò i termini del problema. Parleremo di instabilità tirando in ballo Eulero, e ancora: di sistemi isostatici; di sistemi iperstatici; di linee isostatiche; di tralicci; capriate, archi, travi, colonne, di parametri meccanici, di comportamento dei fabbricati e via dicendo. Avremo modo di «vedere» le ipotesi di De Saint

Venant; di parlare di: Poisson, Young, Mohr, Jourawsky, Huber, Henry, Von Mises, De La Hire, ecc. Chi furono costoro? Cosa avevano nella testa? I nomi sono associati ad altrettanti principi o teoremi o ipotesi e, indirettamente, alle sollecitazioni di flessione, di taglio, torsione, ai meccanismi di rottura, ecc. Concetti, modelli e operazioni che utilizziamo correntemente e ai quali la normativa vigente in materia si riferisce.

Per ogni argomento troverete sempre un esempio pratico svolto, in modo da toccare con mano la realtà e l'immediata conseguente applicazione dei principi.

Marco Boscolo Bielo

AZIONI SULLE COSTRUZIONI

«Vive per violenza, e more per libertà. [...] Gran potenza le dà gran desiderio di morte. Scaccia con furia ciò che s'oppone a sua ruina. [...] Sempre desidera farsi debole e spegnersi. [...] Nessuna cosa sanza lei si move. Nessuno sono o voce sanza lei si sente».

Leonardo da Vinci

1.1. Il concetto di forza

Un postulato fondamentale per lo studio dei fenomeni fisici è il **Principio di Inerzia**, o **Primo Principio di Newton**, il cui enunciato è il seguente:

«Un corpo permane nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché non agisce su esso una qualche causa esterna».

Moto e quiete sono concetti relativi. Qualcuno se ne sarà reso conto dalla sensazione che si prova osservando, dal finestrino di un treno, il movimento di un treno vicino. Per qualche istante si rimane incerti su chi compia in effetti il movimento: cioè se siamo noi che ci muoviamo rispetto al treno vicino o, viceversa, se siamo noi fermi e il treno vicino si stia muovendo. L'incertezza cessa quando si ha un punto di riferimento: ad esempio quando sullo sfondo ci appare la stazione. In tal caso per ciascuno di noi è facile trarre le conclusioni.

D'altro canto, se in questo momento stiamo comodamente seduti su di una sedia, e la nostra posizione è generalmente definita di quiete, non bisogna dimenticare che nello stesso istante ci stiamo muovendo rispetto all'asse terrestre e ancora rispetto al Sole. In particolare il moto intorno all'asse terrestre avviene, con buona approssimazione, a velocità costante; lo stesso dicasi per il moto della Terra intorno al Sole.

Per quanto fin qui detto si può comprendere che se nell'Universo esistesse un solo corpo, per esso non avrebbe senso alcuno parlare di quiete o di moto, ma la circostanza più interessante è che la presenza di un altro corpo altera reciprocamente lo stato di quiete o di moto di entrambi i corpi. Così tutti i corpi nell'universo interagiscono fra loro modificando i propri moti.

A seconda della velocità, il moto di un corpo può essere di due tipi:

- 1) *uniforme*, ovvero a velocità costante;
- 2) *vario*, ovvero a velocità variabile. La variazione di velocità, *accelerazione*, può a sua volta essere costante nel tempo, in tal caso il moto si dice uniformemente accelerato.

Se, come si è detto, la presenza nello spazio di più corpi, altera reciprocamente il loro moto, che per il *Principio di Inerzia* può non esservi (caso di quiete), o essere rettilineo uni-

forme, dobbiamo ammettere che esso provochi variazioni di velocità e quindi mutue accelerazioni.

Le cause della *variazione del moto*¹ sono dette *Forze*. Nell'esperienza quotidiana, quando ad esempio si sposta un oggetto da una posizione all'altra di un tavolo, si applica una forza in quanto variamo, per il *Principio di Inerzia*, e rispetto al sistema di riferimento tavolo, la posizione di quiete. Così come se lasciamo cadere un corpo esso risulta soggetto alla forza gravitazionale esercitata dall'accelerazione di gravità della Terra.

1.2. Definizione di forza

Se un corpo di massa m si muove di moto accelerato rispetto ad un sistema di riferimento, e ad un certo istante la sua accelerazione è a, si dice che il corpo è soggetto alla **forza**:

$$F = m a \tag{1.1}$$

La relazione sopra scritta, che equivale al **Secondo Principio di Newton**, costituisce la definizione di forza, che risulta così una grandezza con dimensioni:

$$[F] \equiv [m] [a] \equiv [M] L] [T]^{-2}$$
 (1.2)

dove:

- [M] è il simbolo usato per indicare le dimensioni della massa: il kilogrammo;
- [L] è quello utilizzato per indicare le dimensioni della lunghezza: il metro;
- [T] rappresenta il simbolo utilizzato per indicare le dimensioni del tempo: *il secondo*.

Cioè 1 unità di misura della forza = 1 unità di misura della massa 1 unità di misura dell'accelerazione.

Nel SP l'unità di misura della forza è il newton e si indica con il simbolo N: si ha

$$1 \text{ newton} = 1 \text{ kg } 1 \text{ m/s}^2$$
 (1.3)

Un newton è l'intensità di una forza che agendo su di un corpo di massa 1 kg gli imprime un'accelerazione di modulo 1m/s².

La relazione (1.1) esprime anche la **Legge Fondamentale della Dinamica** detta anche **Seconda Legge di Newton**.

La forza è anche una **grandezza vettoriale**. Esistono infatti due tipi di grandezze: le grandezze scalari e quelle vettoriali.

² Il SI è la sigla utilizzata per indicare il Sistema Internazionale delle Unità di Misura.



E non semplicemente le cause del moto!

EQUILIBRIO DEI SISTEMI STRUTTURALI

«Il Graal [...] è di peso sì grave che a creature in preda al peccato non è dato di rimuoverlo di posto».

Wolfram von Eschenbach

2.1. Concetto e definizione di corpo rigido

Gli elementi che compongono un sistema, ai fini dello studio dell'equilibrio e qualsiasi sia la loro forma, sono considerati *corpi rigidi*.

Si definisce corpo rigido:

«Un corpo costituito da infiniti punti collegati tra loro in modo tale che le mutue distanze tra due qualsiasi di essi restino comunque immutate».

In altre parole ciò significa che un corpo rigido mantiene inalterata la propria geometria, o forma, qualora sia soggetto ad un qualche spostamento (figura 2.1).

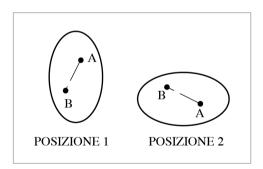


Figura 2.1. Il corpo rigido. Nello spostamento dalla posizione 1 alla posizione 2, la distanza AB per ogni coppia di punti appartenenti al corpo, rimane inalterata

2.2. Traslazioni e rotazioni nel piano

La prima cosa da chiedersi è quali siano le possibilità di movimento di un corpo rigido nello spazio. Questa domanda risulta relativamente complessa poiché le tre dimensioni spaziali dànno origine per un solo corpo a 6 possibilità di movimento. Il problema risulta semplificato se schematizziamo lo spazio in più piani ognuno dei quali venga considerato separatamente (figura 2.2).

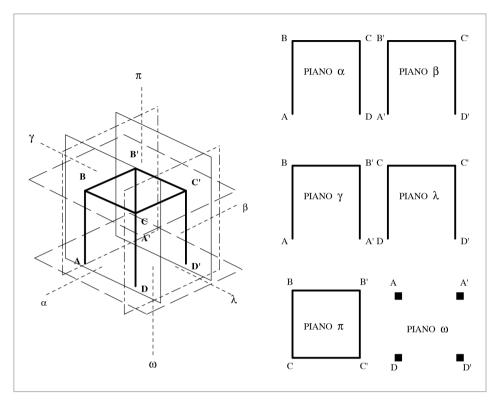


Figura 2.2. La schematizzazione piana. Rappresentazione del sistema tridimensionale (ABCDA'B'C'D') mediante piani fra loro ortogonali

Nel piano i movimenti possono essere di tre tipi, considerando la figura 2.3 si ottengono:

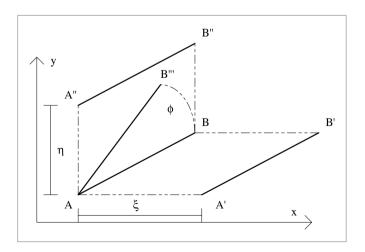


Figura 2.3. Spostamenti elementari nel piano: ξ = traslazione orizzontale; η = traslazione verticale; ϕ = rotazione rispetto al polo A



SISTEMI ISOSTATICI

«Ei fu. Siccome immobile, [...]».

Alessandro Manzoni

3.1. I sistemi staticamente determinati

Nel capitolo precedente si è visto che le Equazioni Cardinali della Statica rappresentano le condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale, verticale e alla rotazione. Attraverso queste condizioni, che derivano dall'aver ipotizzato i corpi rigidi, è possibile la soluzione dei sistemi isostatici, ovvero di quelli che, ai fini dell'equilibrio, presentano un numero di vincoli strettamente sufficiente (*cfr.* paragrafo 2.4).

Risolvere un sistema significa che, assegnati i valori delle forze agenti su esso, si è in grado di determinare le reazioni vincolari.

Nei sistemi isostatici il procedimento concettuale è del tipo seguente: se alla trave isostatica di figura 3.1 sopprimiamo un vincolo, ad esempio sostituiamo la cerniera in A con un carrello, il sistema diventa labile, e precisamente è possibile il movimento lungo la direzione orizzontale (figura 3.1b)

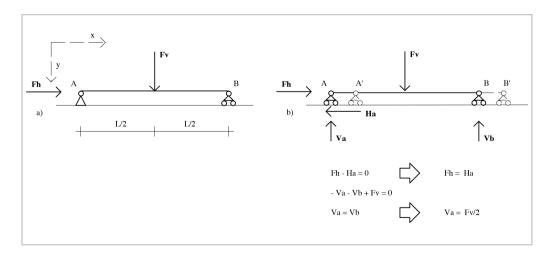


Figura 3.1. Se alla trave isostatica a) sopprimiamo un vincolo, ad esempio sostituiamo la cerniera A con un carrello, il sistema diventa labile b); tuttavia la condizione di equilibrio alla traslazione orizzontale consente di determinare univocamente la reazione soppressa

Tuttavia in questo caso la condizione di equilibrio alla traslazione orizzontale consente di determinare univocamente la reazione soppressa:

- Ha + Fh =
$$0 \implies Ha = Fh$$

Evidentemente l'intensità di Ha non può essere né maggiore né minore di Fh, pena la perdita dell'equilibrio del sistema rispetto al movimento che il vincolo soppresso impedisce. Analogo ragionamento vale per le altre reazioni vincolari Va = Vb = Fv/2. Nel caso dei sistemi isostatici si dice anche che il problema è **staticamente determinato**.

Può accadere che un sistema labile sia staticamente determinato. Ciò è possibile se e solo se lungo la direzione in cui è possibile il movimento non agiscono forze, ovvero agisce un sistema di forze auto-equilibrato. È il caso del sistema di figura 3.2.



Figura 3.2. Sistema labile staticamente determinato

Nei casi che abbiamo esposto, in cui per la soluzione di un problema statico si utilizzano le sole condizioni di equilibrio del sistema considerato rigido, si dice anche che al sistema si applica lo studio della **statica del corpo rigido**, ciò per differenziare la procedura della soluzione dei sistemi iperstatici che sarà trattata nel Capitolo 7.

3.2. Travi

Si riportano di seguito le soluzioni delle reazioni vincolari di alcuni fra i più comuni schemi di travi isostatiche (vedi anche Appendice).

ESEMPIO 3.1. Reazioni vincolari di mensola con carico all'estremità

In figura 3.3a è rappresentata la classica mensola sulla quale agisce una forza **F** lungo la direzione normale all'asse. Siano *a* e *b* le distanze di F rispettivamente dall'incastro e dall'estremo libero. Scelto il sistema di riferimento con segni positivi se i vettori sono rivolti verso l'alto e verso destra, e antiorario il momento positivo, l'applicazione delle Equazioni Cardinali della Statica porta alle seguenti:

$$Ha = 0$$

 $Va - F = 0$ \Rightarrow $Va = F$
 $Ma - F \cdot a = 0$ \Rightarrow $Ma = F \cdot a$ (3.1)

A titolo di esempio numerico si considerino i seguenti valori:

F = 100 kN

a = 2 m

b = 1 m

Dalle (3.1) si ottiene:



TEORIA ELASTICA DEI MATERIALI

«Da quando circa centocinquant'anni fa, la materia incominciò a godere il favore dei matematici, mi dispiace dire che sull'elasticità è stato scritto un numero veramente incredibile di libri illeggibili e incomprensibili, e che generazioni di studenti hanno sofferto la noia più mortale durante le lezioni sui materiali e sulle strutture».

James Gordon

4.1. Generalità

In natura non esistono corpi indeformabili, così la Statica dei sistemi rigidi effettua una grossa astrazione nell'ipotizzarli tali. Nella vita quotidiana assistiamo spesso ad alcune conseguenze che l'azione delle forze generano sui solidi: si tratta di effetti sensibilmente apprezzabili: basta pensare all'allungamento degli elastici e in generale delle materie gommose; altre volte, invece, essi non sono percepibili ad occhio nudo, ma «quando si sale sulla torre di una cattedrale, questa si accorcia, in conseguenza dell'aumento di peso, in misura molto molto minima, ma si accorcia davvero»¹.

4.2. La Legge di Hooke

Robert Hooke (1635-1703), per primo² iniziò a condurre uno studio sistematico intorno a quella che in seguito venne definita come Teoria dell'Elasticità. Egli spiegava così i risultati dei suoi esperimenti: «La Regola o Legge di Natura in qualsiasi corpo elastico è che la forza o la potenza necessaria per riportarlo alla sua posizione naturale è sempre proporzionale alla distanza o allo spazio da cui esso è rimosso, sia nel caso di rarefazione, ovvero di separazione delle sue parti l'una dall'altra, sia nel caso di condensazione, ovvero di pigiamento delle parti ravvicinate. E ciò è osservabile non soltanto nei corpi descritti, ma in tutti gli altri corpi elastici senza eccezione, quali Metalli, Legni, Pietre, Terre, Cotte, Capelli, Corna, Tessuti di Seta, Ossa, Tendini, Vetri e così via. Occorre naturalmente fare attenzione alle particolari forme dei corpi inflessi³ e alle vie più o meno opportune per incurvarli»⁴.

James E. Gordon, Structures or Why Things Don't Fall Down, 1978; tr. it. G. Jeronimidis – E. Conte, Strutture, ovvero perchè le cose stanno in piedi, Milano, Mondadori, 1979, pp. 28-29.

Tuttavia già nel 1630 Isaac Beeckmann condusse le prime osservazioni sulle deformazioni elastiche delle molle.

Quest'ultima affermazione sarà meglio chiarita in seguito.

⁴ Cfr. in R.T. Gunther, Early Science in Oxford, vol. 8, Oxford, 1931, p. 336; Edoardo Benvenuto, La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico, Firenze, Sansoni, 1981, p. 138.

In principal modo Hooke si stava interessando alla messa a punto dei primi orologi con bilanciere a molla. Erano questi i *corpi descritti* in cui egli osservò sperimentalmente che l'allungamento subìto da una molla per effetto di un carico ad essa applicato è, entro certi limiti, proporzionale all'intensità del carico. Tuttavia, pur essendo pervenuto alle sue conclusioni attraverso lo studio di una casistica molto singolare di corpi, egli fu così lungimirante da riuscire ad ampliarne le conclusioni ai materiali in genere⁵.

4.2.1. Dalle esperienze alla legge

Consideriamo il caso di un'asta (di cui trascuriamo il peso proprio) disposta verticalmente e incastrata alla sommità, soggetta all'azione di una forza-peso **P** (figura 4.1).

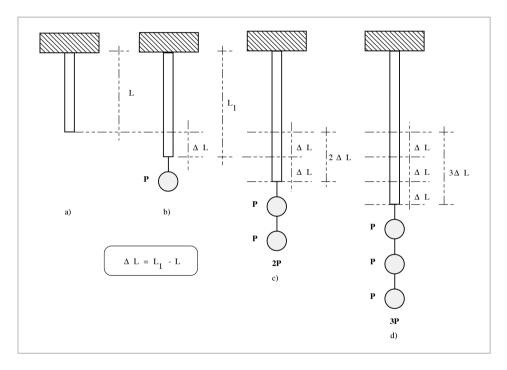


Figura 4.1. Esperienze relative alla Legge di Hooke: il carico applicato \mathbf{P} è direttamente proporzionale al conseguente allungamento ΔL

Sotto l'azione di questa l'elemento si allunga di una quantità ΔL data dalla differenza fra la lunghezza dell'elemento soggetto alla forza P: L_1 (figura 4.1b), e la lunghezza L dell'elemento a riposo, cioè prima dell'applicazione di P (figura 4.1a). Ripetendo l'esperienza con pesi di entità 2P, 3P,...nP, si può verificare che i relativi allungamenti sono di entità rispettivamente $2\Delta L$, $3\Delta L$,... $n\Delta L$ (figure 4.1c, 4.1d).

⁵ Hooke pubblicò il trattato De Potentia Restitutiva in cui sostiene che tutti i materiali naturali sotto carico subiscono una deformazione direttamente proporzionale al carico.



LA FLESSIONE

«Se una aste che sporti fori d'uno muro 100 grossezze regie 10 libre, che regierà 100 simile aste di simile sporto insieme collegate e unite? Dico che se le ciento grossezze regano 10 libre, che le 5 grossezze regieranno 10 tanti che le 100 e se AB è 5 grossezze e'son 100 aste che regie 20 mila».

Leonardo da Vinci

5.1. Generalità

Le prime tracce di studi eseguiti su travi inflesse risalgono ai manoscritti leonardeschi datati intorno al 1492. Leonardo (1452-1519) giunse ad alcuni risultati, anche se comprensibilmente errati, in relazione alla resistenza di una mensola di sezione rettangolare. Nel *Codice Atlantico* arrivò perfino ad alcune conclusioni per quanto riguarda gli abbassamenti in mezzeria che subiscono le travi appoggiate caricate nel centro.

Un grosso contributo fu però dato in epoca successiva da Galileo Galilei (1564-1642). Egli si dedicò allo studio dei materiali quasi come ripiego, infatti questo era un campo d'indagine molto meno compromettente dello studio dei moti celesti che lo aveva portato al carcere forzato nella sua villa di Arcetri dopo la celebre abiura alle tesi copernicane imposta dall'Inquisizione.

Fu qui che iniziarono i *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali* pubblicati a Leida nel 1638, in cui si dedicò alla soluzione del celebre problema della mensola che passò alla storia proprio come *problema di Galileo*. Egli si preoccupò sostanzialmente di stabilire il regime tensionale a cui è sottoposta una mensola caricata alla sua estremità. I risultati a cui pervenne furono errati, tuttavia, come ha osservato Giulio Pizzetti: «Quello di Galilei fu un errore concettuale necessario, perché la via aperta dal suo ragionamento consentì, per la prima volta, di intravedere la necessità – per non dire l'obbligatorietà – che ad un dato momento esterno debba contrapporsi, all'interno, un contromomento uguale e contrario»¹.

La soluzione definitiva del problema fu condotta attraverso tre secoli successivi da altri insigni studiosi², i quali si avvalsero del potente strumento del calcolo infinitesimale. Tuttavia, nello spirito della presente trattazione, seguiremo un percorso semplificato per giungere alla comprensione generale del fenomeno flessionale.

G. Pizzetti – A.M. Trisciuoglio, op. cit., p. 41.

Si tratta di: Edmé Mariotte (1620-1684), Jacob Bernoulli (1654-1705), Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), Antoine Parent (1666-1716), Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), Louis Navier (1785-1836).

5.2. La flessione semplice

Un albero piegato dal vento, l'arco teso da un arciere, una tavola di legno appoggiata fra le sponde di un ruscello soggetta alla nostra forza-peso, sono esempi molto immediati e quotidiani di elementi soggetti a flessione (figura 5.1).

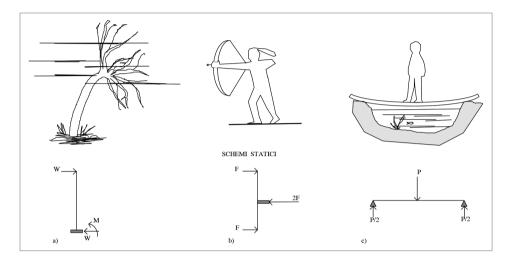


Figura 5.1. Esempi elementari relativi alla flessione

Questi offrono il vantaggio di far apprezzare molto sensibilmente l'*incurvamento* subito per effetto del carico applicato.

5.2.1. Le ipotesi

Per cominciare lo studio della flessione è bene che le ipotesi di partenza siano semplificate al massimo, per cui si utilizza il caso della cosiddetta **flessione semplice** o **flessione retta**, caratterizzata dai seguenti parametri (figura 5.2):

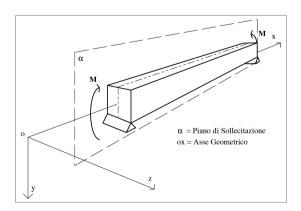


Figura 5.2. Ipotesi relative alla flessione semplice per lo studio della trave a sezione rettangolare

TAGLIO

«La trazione e la compressione le riteniamo alla nostra portata, ma quando si tratta di forze di taglio abbiamo l'impressione che la nostra mente vacilli».

James E. Gordoni

6.1. Generalità

La realtà del fenomeno elastico dei materiali non si esaurisce considerando soltanto i casi di trazione e di compressione e i conseguenti *allungamenti* e *accorciamenti*. Basta infatti ricordare che questi scaturiscono da un regime di sollecitazione in cui l'azione delle forze applicate e delle relative tensioni e deformazioni¹ avviene lungo la direzione normale ad una generica sezione dell'elemento soggetto alle prove sperimentali. Evidentemente la casistica inerente all'azione delle forze esterne è ben più articolata: le forze infatti possono variare la direzione della retta d'azione rispetto al piano della sezione, così da risultare genericamente orientate.

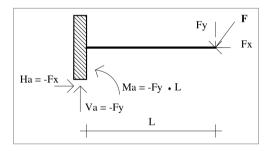


Figura 6.1. Mensola soggetta a flessione e taglio

Se ciò accade, ad esempio considerando la mensola incastrata ad un estremo (figura 6.1), ci troveremo innanzi a componenti F_x agenti lungo l'asse normale della sezione generica A e componenti F_y agenti in direzione tangenziale alla stessa. Queste ultime originano tensioni e deformazioni con caratteristiche diverse dalle deformazioni longitudinali ε . Tuttavia esse fanno sempre parte dello stesso fenomeno elastico, e quindi anche in questo caso, potremo definire una legge elastica (lineare) che mette in relazione tensioni di taglio, deformazioni di taglio e un modulo di taglio.

¹ Eccettuato l'effetto Poisson.



6. TAGLIO 149

6.2. Le tensioni tangenziali τ

6.2.1. Il concetto

Sarà certamente capitato di dover utilizzare il tronchese per *tagliare* del filo metallico (figura 6.2a). Se si esaminasse da vicino il fenomeno che porta il filo metallico alla rottura si osserverebbe una situazione del tipo di figura 6.2c. In sostanza si nota una azione di forze F trasversali all'asse mediano del filo le quali generano **tensioni tangenziali** τ . Queste ultime agiscono sull'area A della sezione generica SS e tendono a farla *scorrere* lungo il piano verticale (figura 6.2b). Contemporaneamente esse deformano l'elemento prismatico Δ in un parallelepipedo sghembo² (figura 6.2d).

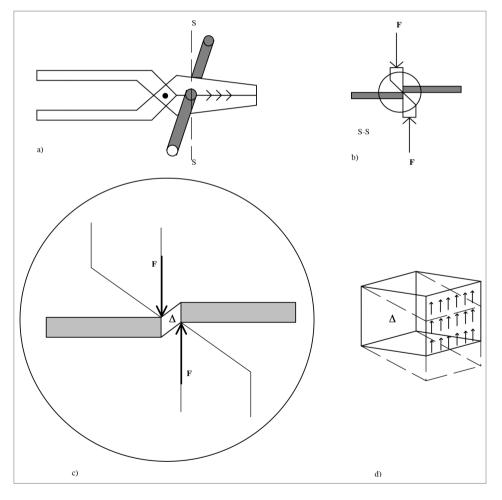


Figura 6.2. Effetti del «taglio» con un tronchese

² Anche se la sezione del filo metallico è circolare consideriamo, per semplicità di esposizione, il quadrato inscritto.

I SISTEMI IPERSTATICI

«Era una grossissima Colonna di marmo distesa (...) posata alle sue estremità (...); cadde in pensiero (...) ad un Mecanico che fusse bene, per maggiormente assicurarsi che gravata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte un terzo simile sostegno: parve il consiglio generalmente molto opportuno, ma l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposito».

Galileo Galilei

7.1. L'insufficienza delle condizioni di equilibrio

Nel Capitolo 2 si è visto che le Equazioni Cardinali della Statica rappresentano le condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale, verticale e alla rotazione. Esse consentono di risolvere i sistemi staticamente determinati¹.

Affrontiamo ora il problema relativo alla determinazione delle reazioni vincolari di un sistema iperstatico soggetto ad azioni note. Prendiamo in esame il sistema iperstatico di figura 7.1a: non v'è dubbio che esso sia un sistema equilibrato, tuttavia a fronte delle quattro incognite relative alle reazioni vincolari possiamo avvalerci soltanto di tre condizioni (di equilibrio): il sistema² è in questo caso **staticamente indeterminato**.

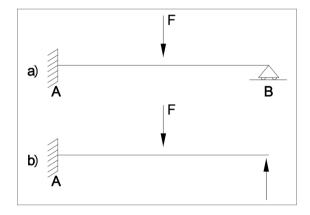


Figura 7.1. Sistemi iperstatici: alle condizioni di equilibrio vanno associate condizioni atte a determinare univocamente le reazioni sovrabbondanti

¹ Cfr. paragrafo 3.1.

Si noti come sia possibile utilizzare indifferentemente il termine sistema, sia per indicare il sistema materiale costituito dalla trave, sia per indicare il sistema algebrico costituito dalle equazioni.

Se sottraiamo un vincolo sovrabbondante, ad esempio l'appoggio in B (figura 7.1b), e introduciamo il valore V_B della reazione dell'appoggio soppresso, esso risulta un sistema isostatico (mensola) ancora equilibrato, a patto che il valore della reazione attribuita al vincolo soppresso sia «compatibile con le condizioni esercitate effettivamente dal vincolo».

7.2. Necessità di considerare ulteriori condizioni per la soluzione dei problemi staticamente indeterminati: le condizioni di congruenza

Per quanto fin qui detto si comprende come accanto alle Condizioni di Equilibrio espresse dalle Equazioni Cardinali della Statica, siano necessarie ulteriori condizioni atte a determinare univocamente la reazione di ogni vincolo sovrabbondante.

Consideriamo il sistema iperstatico visto in precedenza: se pensiamo di sopprimere ancora l'appoggio all'estremo B, per quanto visto nel Capitoli 4 e 5 (*cfr.* anche tavola 5.I), le ipotesi relative all'elasticità consentono di affermare che la mensola così ottenuta si incurverebbe³ e l'estremo libero sarebbe soggetto ad un abbassamento δ (figura 7.2a).

Tuttavia la presenza del carrello in B fa si che tale abbassamento, dovuto all'azione della forza F, sia impedito. Ricordiamo infatti che la *condizione di congruenza* espressa dal vincolo carrello è la seguente (*cfr.* Capitolo 2, tavola 2.II):

$$\xi \neq 0 \quad \Rightarrow \quad H_{B} = 0$$

$$\eta = 0 \ V_{B} \neq 0$$

$$\phi \neq 0 \quad \Rightarrow \quad M_{B} = 0$$

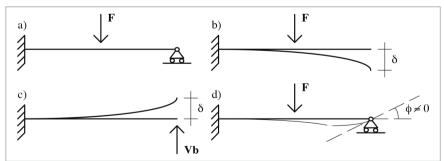


Figura 7.2. La reazione sovrabbondante è univocamente determinata dalla condizione di congruenza espressa dal vincolo

Possiamo anche dire che la reazione V_B dovuta al vincolo sovrabbondante è univocamente determinata dalla condizione per cui V_B deve essere tale da annullare l'abbassamento prodotto dall'azione della forza F (figura 7.2c).

Ricordiamo il legame 1/r = M/(EJ.)

PROBLEMI DI INSTABILITÀ – COMPRESSIONE, TENSOFLESSIONE E PRESSOFLESSIONE

«Missione della colonna è di sopportare qualche cosa sul suo capitello; ma, anche se essa non porta nulla, se è libera e solitaria, oppure allineata con le compagne, la colonna è bella nel suo ergersi dal suolo in un anelito di elevazione. La sua eretta verticalità è riflesso della figura umana rivolta al cielo. Essa alza la testa al di sopra del mondo circostante e proclama con orgoglio la sua immobile permanenza, come ragione del suo ideale e della sua esistenza. Essa possiede l'arcano e misterioso incanto del primo successo, la priorità costruttiva di tutti i tempi».

Eduardo Torrojai

8.1. La colonna

La colonna rappresenta forse l'elemento strutturale per antonomasia e, senza dubbio ha caratterizzato in modo emblematico i più celebri periodi della storia dell'Architettura. Non è nelle intenzioni della presente trattazione delineare le peculiarità dell'ordine dorico, ionico o corinzio, piuttosto che di altre codificazioni stilistico formali storicizzate e storicizzanti, tuttavia riteniamo opportuno rilevare alcune caratteristiche morfologiche che si presentano, nella colonna, con una certa continuità, e che quindi sono meritevoli di una attenzione che le colga sotto il profilo meramente funzionale.

Se si fa eccezione per la colonna di tipo cretese, ad esempio, si nota come sia usuale che il fusto si rastremi verso l'estremità superiore. Andrea Palladio ci ricorda nel *Primo Libro dell'Architettura* la soluzione da lui adottata, e mutuata da Vitruvio, secondo cui «*le colonne si deono formare in modo che la parte di sopra sia più sottile di quella di sotto*».

Ebbene questa regola che, nelle dissertazioni dei Maestri citati ha valenza fondamentalmente formale, riconosce una sua giustificazione logico funzionale se si pensa di rendere ogni sezione retta soggetta a tensione normale costante. Infatti ad un aumento del carico P, dovuto all'incremento del peso proprio della colonna, corrisponderà un aumento della sezione A, al fine di rendere pressoché uniforme la σ (figura 8.1).

D'altro canto la stessa forma del tronco degli alberi ci fornisce in natura un esempio di questo principio.

Allo stesso modo il capitello della colonna evidenzia molto probabilmente il tentativo di evitare fenomeni di punzonamento dell'architrave della trabeazione (figura 8.2a). Punzonamento dovuto alla reazione localizzata che la sommità della colonna eserciterebbe sulla trave se non vi fosse un elemento interposto, appunto il capitello, di materiale idoneo ad una trasmissione delle tensioni su una più ampia superficie dell'architrave (figura 8.2b), diminuendo così la *forza per unità di superficie*.

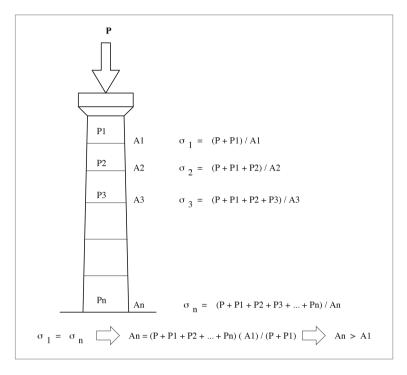


Figura 8.1. «Le colonne si deono formare in modo che la parte di sopra sia più sottile di quella di sotto» (Andrea Palladio)

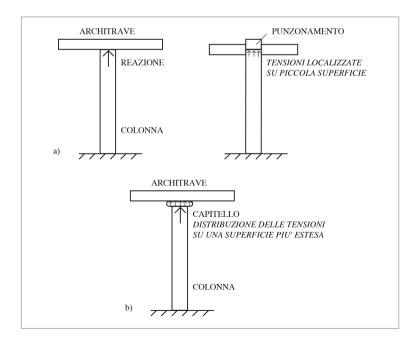


Figura 8.2. a) Punzonamento su colonna senza capitello. b) L'inserimento del capitello distribuisce le tensioni su una superficie più estesa

LE TENSIONI PRINCIPALI E LE LINEE ISOSTATICHE

«No esperes que el rigor de tu camino que tercamente se bifurca in otro, que tercamente se bifurca in otro, tendrà fin».

Jorge Luis Borges

9.1. Il concetto di tensione principale

Quando diciamo che lo stato tensionale di un elemento interno al materiale è caratterizzato in generale dall'azione combinata di tensioni normali e tangenziali agenti sulle sue facce, stiamo sostanzialmente parlando dello stato di un punto.

Ad esempio l'elemento δ di figura 9.1c è soggetto a tensioni σ e τ agenti sulle giaciture dell'elemento infinitesimo cubico che lo rappresenta (parallele e normali alla sezione SS).

Se però vogliamo considerare la situazione nello stesso punto ma con giaciture genericamente orientate, allora la situazione si presenta come in figura 9.1d. L'elemento infinitesimo si caratterizza da uno stato tensionale le cui tensioni normali e tangenziali hanno valori diversi dal caso precedente agenti in direzioni individuabili mediante l'angolo che esse formano con l'asse dell'elemento strutturale (asse *x*).

Variando via via l'orientamento delle giaciture ci troviamo innanzi a valori via via diversi delle tensioni.

Se consideriamo tutti i valori che le tensioni normali σ possono assumere al variare dell'orientamento delle giaciture, è ragionevole pensare che ci saranno dei valori massimi e minimi in funzione di determinati orientamenti delle giaciture.

Ebbene in tali casi valgono le seguenti proprietà:

- 1) le tensioni di valore massimo e minimo si verificano sempre in direzioni ortogonali (90°) tra loro e sono dette **tensioni principali**;
- 2) lungo i piani in cui si hanno tensioni principali non esistono tensioni tangenziali;
- 3) per qualsiasi altro orientamento del piano β sono presenti sia tensioni normali σ sia tensioni tangenziali τ .

Le due direzioni ortogonali per le quali le tensioni divengono rispettivamente massima e minima, e sono nulle le τ , sono dette **direzioni principali**; i valori corrispondenti delle tensioni sono chiamati **valori principali**.

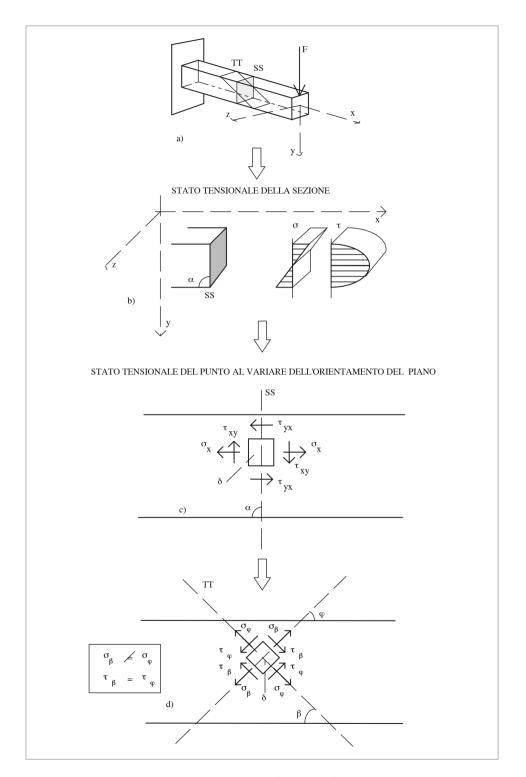


Figura 9.1. Stato tensionale del punto nel caso piano

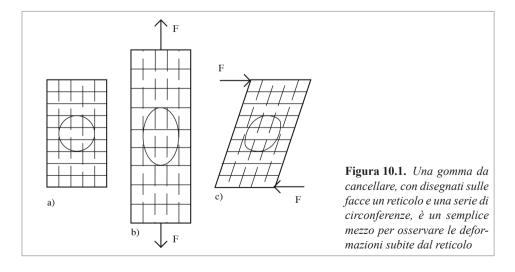
LA LETTURA STRUTTURALE ATTRAVERSO LE LINEE ISOSTATICHE

«La strutturalità architettonica – la vitruviana firmitas – è la logica formale del discorso architettonico».

Giovanni Klaus Koenig

10.1. Generalità

Come ha osservato Eduardo Torroja: «L'addestramento a studiare, interpretare ed utilizzare il "plesso tensionale", è il miglior mezzo per portare un rapido giudizio qualitativo sullo stato di tensione determinato in un solido dai carichi e dalle reazioni. [...] Tenendo conto [di questo] [...] si può, in molti casi, abbozzare una rappresentazione grafica approssimativa della soluzione statica e dedurne delle indicazioni sulle modifiche da apportare alla forma del solido per migliorarne le condizioni di resistenza. [...] Un buon maestro raccomandava agli allievi che iniziavano lo studio dei problemi tensionali di portare sempre in tasca una gomma da cancellare con disegnati sulle facce un reticolo ed una serie di circonferenze, onde poterne osservare le deformazioni. Sollecitando la gomma, si vede come le circonferenze si trasformino in ellissi e come le linee inizialmente perpendicolari si trasformino in un reticolo obliquo, a meno che le direzioni del reticolo coincidano con le direzioni principali (figura 10.1)»².



Così l'Autore denomina l'andamento delle due famiglie di isostatiche.

Eduardo Torroja, op. cit., pp. 20-21.

Molti laboratori universitari sono attrezzati per eseguire indagini fotoelastiche³ su modelli piani di plexiglass, xilonite o altri materiali trasparenti. Tale metodo consente di fotografare o di proiettare su di uno schermo l'andamento delle linee isostatiche che si ottiene facendo passare un raggio di luce polarizzata attraverso il modello sottoposto ad una qualche sollecitazione. Cosicché acquisire una certa familiarità con lo studio delle isostatiche risulta di notevole convenienza, tanto più che oggigiorno si sono diffusi numerosi programmi che consentono di ottenere gli stessi risultati con grafica computerizzata in un buon PC.

10.2. L'effetto arco nella trave

Torniamo a considerare lo schema dell'andamento delle isostatiche relativo alla trave appoggiata e caricata uniformemente.

Come si può notare in figura 10.2 la famiglia delle isostatiche di compressione può interpretarsi come un arco all'interno dell'elemento, essendo questa una forma strutturale informata prevalentemente ad un funzionamento in compressione.

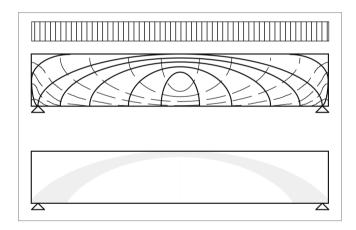


Figura 10.2. Effetto portante ad arco nella trave

10.3. L'arco e la spinta

10.3.1. Un sistema compresso

Per rendersi conto del prevalente regime di compressione caratteristico dell'arco è sufficiente considerare i sistemi di figura 10.3, costituiti da una fune tesa dalla forza esercitata da uno o più pesetti appesi. Nel primo e nel secondo caso (figure 10.3a e 10.3b) non ci si trova

Non è il caso, in questa sede, di entrare nei dettagli relativi alla fotoelasticità, che non risulterebbero pertinenti ai fini del presente studio.

LA TORSIONE

«Laonde mai non si doverebbe torcere il muso, quando si incontra in persone che in aspetto non hanno quella prima grazia o venustà, che dovrebbero dare la natura ne venire al mondo a chi opera in qualche virtù, perché non è dubbio che sotto le zolle della terra si ascondono le vene dell'oro».

Giorgio Vasari

11.1. Generalità

Si consideri una barra cilindrica di materiale omogeneo con comportamento elastico lineare incastrata ad una estremità, così come quella indicata in figura 11.1.

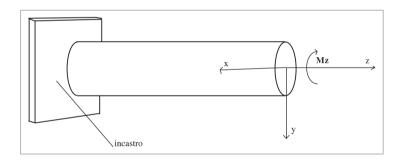


Figura 11.1. Torsione

Sia inoltre soddisfatta l'ulteriore ipotesi della conservazione delle sezioni piane nella direzione normale all'asse z della trave e dei raggi rettilinei uscenti dal baricentro. Applichiamo sull'estremità libera un momento che ruota intorno all'asse z, detto **momento torcente**, in tal caso l'elemento si dice soggetto a **torsione**. Un'osservazione elementare ci induce ad alcune considerazioni. Disegniamo sulla superficie della barra una quadrettatura costituita da circoli paralleli alle basi del cilindro e segmenti a queste normali (figura 11.2a). Dopo la sollecitazione dovuta al momento torcente si può notare che i quadrati così tracciati diventano parallelogrammi sghembi (figura 11.2b). Una simile esperienza era già stata condotta nel Capitolo X ed illustrata nella figura 10.1c. In quel caso, come in questo, si nota che le deformazioni prodotte sono del tipo di quelle viste nella parte dedicata al taglio e illustrate nelle figure 6.2d, 6.8 e tavola 6.II. Questa analogia della torsione del cilindro con le deformazioni di taglio, ci induce ad ammettere che tali deformazioni siano conseguenti allo stesso tipo di tensione prodotta nel caso del taglio, cioè da tensioni tangenziali.

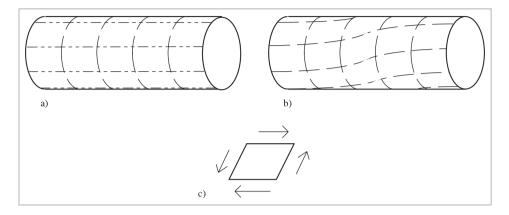


Figura 11.2. Deformazioni di torsione

11.2. Travi a sezione circolare

Consideriamo la figura 11.3, dove si ha un elemento di trave a sezione circolare di lunghezza unitaria (L = 1), soggetto a un momento torcente Mt.

Sia G il centro della sezione e si faccia l'ipotesi di conservazione delle sezione piane normali all'asse uscente da G, dopo la deformazione della stessa conseguente all'applicazione del momento torcente Mt.

Siano inoltre S ed S' le due sezioni di estremità come indicate in figura.

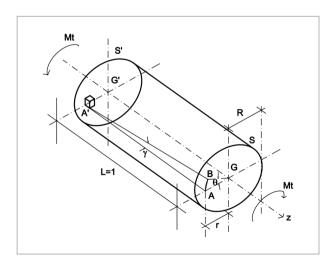


Figura 11.3. Modello di cilindro omogeneo pieno soggetto a torsione

Dopo l'applicazione del momento torcente Mt la sezione S ruoterà rispetto alla sezione S' di un angolo θ . Si prenda un punto interno alla sezione distante r da G, si osserva che



CRITERI DI RESISTENZA

«Frangar, non flectar».

Seneca

12.1. Diagrammi tensione-deformazione

Nel Capitolo 4 si è accennato ai diagrammi tensioni-deformazioni in campo elastico lineare, anticipando come l'andamento di tali diagrammi non risulti indefinitamente rettilineo. Evidentemente ogni materiale non è indefinitamente deformabile, prima o poi si ha la rottura dello stesso.

Il tracciamento dei diagrammi di tensione-deformazione avviene su provini di forma e dimensioni normalizzate. Se prendiamo, tanto per fissare le idee, un materiale come l'acciaio, che manifesta lo stesso tipo di comportamento sia in trazione che in compressione, la prova avviene applicando al saggio una forza di trazione assiale, di intensità controllata crescente e registrando via via i relativi allungamenti (figura 12.1a).

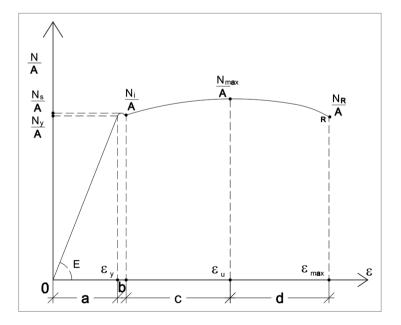


Figura 12.1. a) diagramma carichi allungamenti; b) strizione nel provino

Sul diagramma carichi-allungamenti¹ si distinguono quattro zone:

- 1) Nella prima zona l'andamento del diagramma è di tipo lineare, ad allungamenti relativamente piccoli si ha un effetto Poisson² trascurabile, pertanto rimanendo l'area della sezione del provino pressoché invariata, dividendo il carico P per l'area iniziale del provino si ottiene la tensione media effettiva σ = P/A. Questa zona rappresenta il campo elastico, in cui risulta praticamente verificata la Legge di Hooke. L'ordinata massima del diagramma misura il carico limite di elasticità, rappresentato nel diagramma dal punto N_y. Evidentemente entro questo limite, al diminuire del carico corrispondono degli accorciamenti che riporterebbero il provino alla lunghezza originaria se lo scaricassimo completamente.
- 2) Oltre il punto N_y, si ha una seconda zona che caratterizza il diagramma con un tratto ondulato, qui hanno origine deformazioni plastiche (snervamento del saggio di prova). La zona corrisponde ad un tratto in cui si manifestano bruschi allungamenti per variazioni di carico piccolissime. Teoricamente sono distinguibili un carico di snervamento superiore N_{sup} e uno inferiore N_{inf}, ma in pratica essi vengono considerati con un valore unico denominato carico di snervamento N_s.
- 3) La terza zona rappresenta il cosiddetto incrudimento ed è caratterizzata da grandi deformazioni. In questa fase l'effetto Poisson di restrizione trasversale del provino non è più trascurabile, cosicché si ha una sensibile diminuzione dell'area della sezione resistente. La fase cessa in corrispondenza di quel carico che fa cessare la dilatazione uniforme su tutta la lunghezza del provino, ma la localizza in una zona ristretta detta zona di strizione (figura 121.b). Se continuasse l'azione di questo carico N_{max} il saggio di prova si romperebbe, cosicché da questo punto in poi è necessario ridurne l'intensità, si passa così alla successiva fase:
- 4) Ad andamento decrescente, che descrive la riduzione di carico ad *allungamento controllato*. Ciò significa che l'operatore deve seguire l'evoluzione delle deformazioni plastiche del provino, diminuendo il carico, in quanto la zona di strizione tende a restringersi sempre più.

Da questa prova si traggono i seguenti valori:

- 1) tensione di snervamento σ_{sn} calcolata dividendo il carico di snervamento N_s per l'area della sezione iniziale;
- 2) tensione di rottura σ_r , calcolata dividendo il carico massimo N_{max} per l'area iniziale del provino;
- 3) modulo di elasticità longitudinale E;
- 4) deformazione uniforme $\varepsilon = \sigma / E$ (campo elastico);
- 5) deformazione massima ε_{ij} .

Ovvero una contrazione laterale relativa.



 $^{^{1}}$ Si parla dapprima di diagramma carichi-allungamenti in quanto si registra lo sforzo normale N e la variazione di lunghezza ΔL .

MODELLI DI CALCOLO

«Il pericolo di credere che il modello sia la realtà è sempre presente, e perciò va sempre denunciato».

Ludovico Geymonat, 1973

13.1. Significato concettuale di un modello di calcolo

Se consideriamo sotto l'aspetto del «*problema strutturale*» l'azione del vento su di un albero (figura 13.1) ci accorgiamo che i termini della questione sono sostanzialmente 3:

- 1) Come schematizzare l'azione del vento?
- 2) Come schematizzare il «sistema strutturale albero»?
- 3) Come schematizzare la sua capacità di far fronte all'azione del vento?

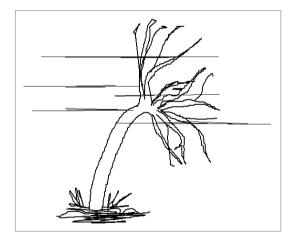


Figura 13.1. Un caso naturale di «struttura» soggetta ad azione

Per rispondere alla prima domanda si potrebbe pensare di elaborare una statistica dei venti caratteristici della zona in cui si trova l'albero e di assimilarne l'azione a delle forze agenti in un determinato modo. Occorrerebbe poi quantificare numericamente tali azioni e dunque effettuare delle misurazioni.

La seconda domanda pone di fronte la questione del cosiddetto schema statico: ovvero di un modello che riassume le caratteristiche dei vincoli, dell'assimilazione del fusto ad un'asta più o meno rettilinea, della caratterizzazione del suolo su cui si innestano le radici, ecc.. 13. MODELLI DI CALCOLO 269

Infine, il terzo quesito, pone il problema relativo alla capacità dell'albero di far fronte all'azione del vento senza spezzarsi. Ciò dipenderà dalle caratteristiche del materiale: ci saranno legni più o meno duri, più o meno umidi, e via dicendo. Per avere un'idea della resistenza dei vari legnami occorrerà dunque fare delle prove sui alcuni campioni che ne rappresentino le caratteristiche.

Ogni volta che ci troviamo di fronte a problemi del genere la sostanza della questione è sempre riconducibile ai termini di cui sopra (figura 13.2).

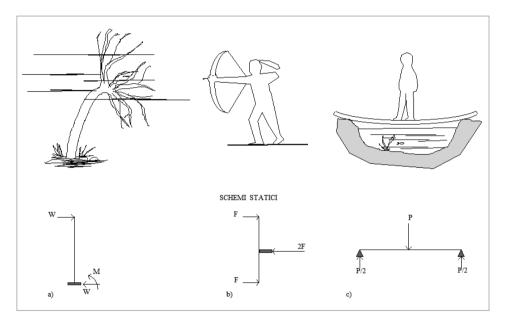


Figura 13.2. Esempi di sistemi sollecitati

Se indichiamo con **F** gli effetti delle azioni esterne agenti sul modello **M**, che rappresenta una struttura, costituita da un materiale tale da garantire una capacità **R** di far fronte a tali effetti (figura 13.3), ci accorgiamo che tutte le schematizzazioni attuate per rappresentare la situazione reale sono sempre approssimate.

In sostanza si tratta di accettare che sia l'elaborazione delle misure che conducono a determinare \mathbf{F} ed \mathbf{R} siano di tipo statistico, e dunque determinate da una certa probabilità di accadimento.

Per quanto concerne il modello strutturale **M**, o schema statico, occorre osservare che anch'esso sarà affetto da un certo grado di probabilità che esso rappresenti significativamente la situazione reale. Ovvero potrà essere più o meno affinato, ma non solo, ad esempio, nel passaggio di *scala* tra un ponticello costituito da un asse di legno di 2 m che attraversa un ruscello, e un ponte lungo 50 m appoggiato su spalle in calcestruzzo armato agli argini di un fiume, a parità di schema statico di trave appoggiata, non è detto che l'approssimazione di tale modello con la realtà sia la stessa.

LOGICHE DI COMPORTAMENTO STRUTTURALE

«Come parte integrante della costruzione la struttura è una creazione anch'essa, e come tale riconosce unicamente le limitazioni in base alle quali una realizzazione dell'uomo può essere definita una creazione, ossia una libertà di espressione che non contraddica le leggi che inquadrano l'Universo».

Giulio Pizzetti, Anna Maria Zorgno Trisciuoglio, 1980

14.1. Progettare una struttura

Il *significato* della progettazione strutturale ricopre molti ambiti concettuali che poi si traducono in una realizzazione pratica di un sistema di elementi che *resiste*. Le norme tecniche più moderne¹ hanno posto in evidenza una serie di obiettivi che il progettista non può trascurare.

Innanzitutto una struttura dovrà essere progettata ed eseguita in maniera tale che, durante la sua vita, sopporti in modo adeguato una serie di *azioni previste*. Ma vi è di più, la struttura dovrà essere tale da *minimizzare i costi* della sua gestione. Questi ultimi devono far fronte, ad esempio, al degrado dei materiali nel tempo, attraverso opportuni interventi di manutenzione. In tal senso la progettazione implica vengano appropriatamente valutate sia la sicurezza strutturale sia la sua funzionalità (*serviceability*), sia la durabilità.

Non solo, l'Eurocodice 1, ad esempio, pone in evidenza ulteriori aspetti: una struttura dovrà essere progettata ed eseguita in modo tale da non essere danneggiata da eventi quali: fuoco, esplosioni, impatti, o conseguenze di errori umani, ad un livello sproporzionato rispetto alla causa di origine. In un certo senso si tratta di far fronte anche ad *eventi imprevisti*, il che, se vogliamo pone in essere una sorta di paradosso. Tuttavia vi sono soluzioni strutturali indirizzate alla prevenzione degli imprevisti. Nelle parole dell'Eurocodice, il danno potenziale deve essere evitato o limitato dalla scelta appropriata di una o più delle seguenti procedure:

- evitare, eliminare o ridurre i rischi a cui la struttura può essere soggetta (ovvero svolgere una del *valutazione del rischio*);
- scegliere una forma strutturale che abbia una minore sensibilità al rischio considerato;
- selezionare una forma strutturale ed una progettazione che può sopravvivere adeguatamente alla rimozione eccezionale di un singolo elemento o di una parte limitata della struttura, o alla occorrenza di accettabile danno localizzato (ovvero orientarsi verso sistemi iperstatici);

Ad esempio gli Eurocodici e, successivamente anche le norme tecniche italiane.

 evitare il più possibile sistemi strutturali che possano collassare senza avvertimento (ovvero utilizzare materiali duttili).

I precedenti requisiti si ottengono attraverso la scelta di materiali opportuni, una adeguata progettazione e definizione dei dettagli, e specificando procedure di controllo per la progettazione, produzione, esecuzione e uso relativo al particolare progetto.

14.2. La robustezza

Spesso le verifiche strutturali si limitano al *controllo della resistenza* in funzione delle sollecitazioni derivanti dalle azioni di progetto che sono puntualmente codificate dai codici di sicurezza strutturale, ad esempio: le azioni del vento, della neve, dei sovraccarichi sui vari solai, ma anche le azioni dovuti ai terremoti, ecc.. Ma, per quanto evidenziato nel precedente paragrafo, vi è un altro requisito strutturale che deve essere segnalato: la *robustezza*. Quest'ultima è cosa diversa dalla *resistenza* (anche se non vi è dubbio che senza la resistenza, nemmeno la robustezza può essere posta in essere).

La definizione di *robustezza* compare solo nelle più recenti norme tecniche italiane, ripercorrendo quanto gli Eurocodici avevano già evidenziato. Più che di una definizione, nelle NTC, sono illustrate una serie di strategie da mettere in atto nel corso della progettazione quali:

- a) progettazione della struttura in grado di resistere ad azioni eccezionali di carattere convenzionale, combinando valori nominali delle azioni eccezionali alle altre azioni esplicite di progetto;
- b) prevenzione degli effetti indotti dalle azioni eccezionali alle quali la struttura può essere soggetta o riduzione della loro intensità;
- c) adozione di una forma e tipologia strutturale poco sensibile alle azioni eccezionali considerate;
- d) adozione di una forma e tipologia strutturale tale da tollerare il danneggiamento localizzato causato da un'azione di carattere eccezionale;
- e) realizzazione di strutture quanto più ridondanti, resistenti e/o duttili;
- *f*) adozione di sistemi di controllo, passivi o attivi, adatti alle azioni e ai fenomeni ai quali l'opera può essere sottoposta.

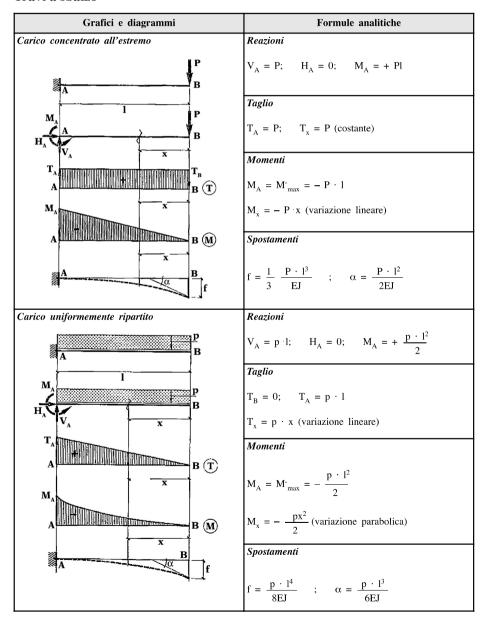
Al tema della *robustezza* il CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche) ha dedicato un fascicolo di Istruzioni², nel quale essa viene definita come *capacità della costruzione di evitare danni sproporzionati rispetto all'entità dell'azione che innesca un danno iniziale, azione non compresa tra le azioni di progetto, oppure tra queste compresa ma con più bassa intensità. Senza voler entrare nei particolari dettagli del documento si evidenzia che talune <i>soluzioni progettuali iperstatiche* promuovono gli obiettivi di *«adozione di una forma ridondante»* (punto e) e *«tale da tollerare il danneggiamento localizzato»* (punto d).

² CNR DT 214/2018 Istruzioni per la valutazione della robustezza nelle costruzioni.

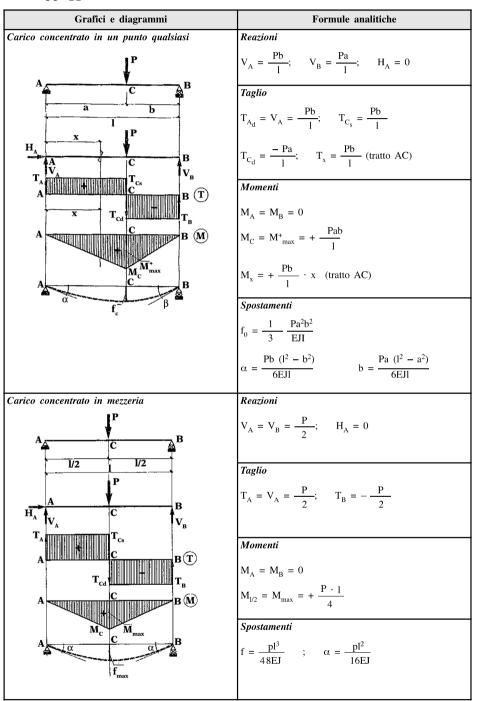
APPENDICE

SOLLECITAZIONI E SPOSTAMENTI IN ALCUNI CASI ELEMENTARI – TABELLARIO

Travi a sbalzo



Travi appoggiate



CONTENUTI E ATTIVAZIONE DELLA WEBAPP

1. Contenuti della WebApp

La WebApp inclusa gestisce le seguenti utilità:

Esempi applicativi

Oltre 50 esempi applicativi, contenuti anche nel presente manuale, che guidano il lettore a mettere in pratica tutte le spiegazioni su casi concreti.

Banca dati normativa e giurisprudenza consultabile attraverso un motore di ricerca, con aggiornamenti automatici per 365 giorni dall'attivazione della WebApp.

2. Requisiti hardware e software

- Dispositivo con MS Windows, Mac OS X, Linux, iOS o Android.
- Accesso ad internet e browser web con Javascript attivo.
- Software per la gestione di documenti Office e PDF.

3. Attivazione della WebApp

1) Collegarsi al seguente indirizzo internet:

https://www.grafill.it/pass/0162 1.php

2) Inserire i codici "A" e "B" (vedi ultima pagina del volume) e cliccare [Continua].

3) Utenti già registrati su www.grafill.it

- 3.1) Inserire i dati di accesso e cliccare [Accedi].
- 3.2) Accettare la licenza d'uso e cliccare [Continua].

4) Utenti non ancora registrati su www.grafill.it

- 4.1) Cliccare [Iscriviti].
- 4.2) Compilare il form di registrazione e cliccare [Iscriviti].
- 4.3) Accettare la licenza d'uso e cliccare [Continua].
- 5) Un **link per il download del software** e la **password di attivazione** saranno inviati all'indirizzo e-mail inserito nel form di registrazione.
- 6) Accedere al profilo utente su www.grafill.it.



- 7) Cliccare il pulsante [G-CLOUD].
- 8) Cliccare il pulsante [Vai alla WebApp] in corrispondenza del prodotto acquistato.

4. Assistenza tecnica sui prodotti Grafill (TicketSystem)

L'assistenza tecnica (gratuita per 365 giorni dall'acquisto) è relativa esclusivamente all'installazione e all'avvio del prodotto (*non è prevista assistenza per il recupero dei dati*), se la configurazione hardware rispetta i requisiti richiesti.

L'assistenza *TicketSystem* è disponibile all'indirizzo **https://www.supporto.grafill.it**. Effettuare il login al *TicketSystem* utilizzando i dati del profilo utente di **www.grafill.it** ed aprire un ticket seguendo le istruzioni.

La cronologia dei ticket resterà disponibile sulla schermata principale del *TicketSystem*.

