

Salvatore Sbacchis

# **ESERCIZI di STATICA**

SECONDA EDIZIONE

Salvatore Sbacchis  
ESERCIZI DI STATICA

ISBN 88-8207-206-1  
EAN 9 788882 072063

Quaderni, 8  
Seconda edizione, marzo 2006

Sbacchis, Salvatore <1953>  
Esercizi di statica / Salvatore Sbacchis. – 2. ed. – Palermo : Grafill, 2006  
(Quaderni ; 8)  
ISBN 88-8207-206-1  
1. Statica  
620.103 CDD-20  
CIP – Biblioteca centrale della Regione siciliana "Alberto Bombace"

© **GRAFILL S.r.l.**

Via Principe di Palagonia 87/91 – 90145 Palermo  
Telefono 091/6823069 – Fax 091/6823313  
Internet <http://www.grafill.it> – E-Mail [grafill@grafill.it](mailto:grafill@grafill.it)

Finito di stampare nel mese di marzo 2006  
presso Officine Tipografiche Aiello & Provenzano S.r.l. Via del Cavaliere, 93 – 90011 Bagheria (PA)

Tutti i diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica e di riproduzione sono riservati. Nessuna parte di questa pubblicazione può essere riprodotta in alcuna forma, compresi i microfilm e le copie fotostatiche, né memorizzata tramite alcun mezzo, senza il permesso scritto dell'Editore. Ogni riproduzione non autorizzata sarà perseguita a norma di legge. Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.

## INDICE

PRESENTAZIONE.....	p.	7
INTRODUZIONE.....	"	9
<i>La forza e lo spostamento.....</i>	"	9
<i>La Statica.....</i>	"	9
<i>L'asta.....</i>	"	9
<i>I gradi di libertà.....</i>	"	9
<i>I vincoli esterni.....</i>	"	10
<i>Vincolo semplice.....</i>	"	10
<i>Vincolo doppio.....</i>	"	11
<i>Vincolo triplo.....</i>	"	12
<i>I vincoli interni. I nodi.....</i>	"	12
<i>Le equazioni cardinali della statica.....</i>	"	14
<i>Il metodo.....</i>	"	14
<i>Gli esercizi.....</i>	"	16
 ESERCIZIO N. 1 – <i>Il sistema piano della fig. 1.1 è composto da due aste. È vincolato esternamente in A con una cerniera fissa e in B e in C con una cerniera mobile. Internamente è vincolato in B da una cerniera. Sul tratto ABC è presente un carico distribuito di valore q. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....</i>	 "	 17
 ESERCIZIO N. 2 – <i>Il sistema piano di fig. 2.1 è composto da due aste. È vincolato esternamente con un bipendolo in A e con una cerniera fissa in C. Internamente è presente un incastro scorrevole in B. Agiscono un carico concentrato P in E e un momento K in D. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione. ....</i>	 "	 23
 ESERCIZIO N. 3 – <i>Il sistema di fig. 3.1 è composto da due aste. È vincolato esternamente con un quadripendolo nel punto A, con una cerniera fissa nel punto C e con un carrello nel punto E. Internamente è vincolato con una cerniera nel punto C. Sono presenti un carico concentrato P in B e un momento di valore K in D. È possibile porre (K = P/2). Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione. ....</i>	 "	 29
 ESERCIZIO N. 4 – <i>Le due aste del sistema di fig 4.1 sono vincolate esternamente da un bipendolo in A e da un bipendolo in E. È presente una cerniera interna in C. Nel punto B è presente un carico concentrato P e nel punto D un momento di valore K. È possibile porre (K = P/1). Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....</i>	 "	 34
 ESERCIZIO N. 5 – <i>Il sistema di fig. 5.1 è composto da due aste. È vincolato esternamente con un incastro in A e con un carrello in D. Internamente è presente una cerniera in B. Nel punto C si ha un momento di valore K. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....</i>	 "	 40
 ESERCIZIO N. 6 – <i>Il sistema composto da due aste della fig. 6.1 è vincolato esternamente con un carrello in A con un incastro in C. In B è presente una cerniera interna. Tutta l'asta AB è soggetta a un carico distribuito q. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....</i>	 "	 45
 ESERCIZIO N. 7 – <i>Il sistema di fig. 7.1 è vincolato esternamente in A con un quadripendolo e in C con un incastro. Internamente è presente una cerniera in B. Tutta l'asta AB è soggetta a un carico distribuito q. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione. .</i>	 "	 50
 ESERCIZIO N. 8 – <i>Il sistema di fig. 8.1 è composto da tre aste. È vincolato esternamente con una cerniera in A e con un incastro in E. Internamente è vincolato dalle cerniere in B e in D. Sono presenti un carico di valore P in F e di valore 2P in G. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....</i>	 "	 54
 ESERCIZIO N. 9 – <i>Il sistema di fig. 9.1 è composto da tre aste. È vincolato esternamente con una cerniera fissa in A e con un incastro in E. Internamente, in B e in D, sono presenti due cerniere. Agi-</i>		

scono un carico concentrato $\mathbf{P}$ in F e un momento $\mathbf{K}$ in G. Si può porre ( $\mathbf{K} = \mathbf{P}l$ ). Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	p.	61
ESERCIZIO N. 10 – Il sistema di <b>fig. 10.I</b> è composto da tre aste. È vincolato esternamente con una cerniera fissa in A e con un incastro in E. I vincoli interni sono le due cerniere, in B e in D. Le aste AB e CD sono soggette a carico distribuito $q$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	66
ESERCIZIO N. 11 – Il sistema di <b>fig. 11.I</b> si compone di tre aste a formare un campo chiuso. È vincolato esternamente da un bipendolo in A e un carrello in B. Il campo chiuso è formato dalle tre cerniere interne in B, C ed E. Sono presenti un carico di valore $\mathbf{P}$ in E e un carico $\mathbf{P}$ in F. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	69
ESERCIZIO N. 12 – Il sistema di <b>fig. 12.I</b> composto da tre aste ed è vincolato esternamente con un quadripendolo in A e con una cerniera in D. Internamente le tre cerniere in B, in C e in E, formano un campo chiuso. Sull'asta EC è presente un carico distribuito $q$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	73
ESERCIZIO N. 13 – Il sistema di <b>fig. 13.I</b> si compone di tre aste a formare un campo chiuso. È vincolato esternamente in A con un quadripendolo e in D con una cerniera. Il campo chiuso è formato dalle tre cerniere in B, C ed E. L'asta EC è soggetta a un carico distribuito $q$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	77
ESERCIZIO N. 14 – Il sistema piano della <b>fig. 14.I</b> è composto da tre aste. È vincolato esternamente da un bipendolo in A e da un carrello in D. Internamente le tre cerniere in B, C ed F formano un campo chiuso. Il carico è rappresentato da una forza di valore $\mathbf{P}$ in G e da una forza di valore $3\mathbf{P}$ in H. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	82
ESERCIZIO N. 15 – Il sistema di <b>fig. 15.I</b> si compone di tre aste. Esternamente è vincolato con una cerniera in A e con un carrello in D. Il campo chiuso è formato dalle tre cerniere in B, C, ed F. sui tratti AB e CD agisce un carico distribuito $q$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	91
ESERCIZIO N. 16 – Il sistema piano con campo chiuso della <b>fig. 16.I</b> è strutturato come quello precedente. Il carico distribuito è applicato sulle aste BC e CD. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	94
ESERCIZIO N. 17 – Il sistema di <b>Fig. 17.I</b> si compone di tre aste. Un carrello in A e una cerniera in D vincolano esternamente il sistema. Le tre cerniere interne in B, E ed F, formano il campo chiuso BCEF. Le forze agenti sono $\mathbf{P}$ in G e $2\mathbf{P}$ in H. Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	97
ESERCIZIO N. 18 – Il sistema di <b>fig. 18.I</b> è strutturato come quello precedente. Agiscono le due forze $\mathbf{P}$ rispettivamente in G e in H, e il momento $\mathbf{K}$ in I. È possibile uguagliare ( $\mathbf{K} = \mathbf{P}l$ ). Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	101
ESERCIZIO N. 19 – Il sistema di <b>fig. 19.I</b> è composto da due aste a formare un campo chiuso. Esternamente è vincolato da un quadripendolo in A e da una cerniera in D. Il campo chiuso è realizzato con una cerniera in B e un quadripendolo in F. Sono presenti due carichi concentrati in G e in H di valore $\mathbf{P}$ e un momento $\mathbf{K}$ in H. È possibile mettere in relazione i carichi come ( $\mathbf{K} = \mathbf{P}l$ ). .....	''	104
ESERCIZIO N. 20 – Il sistema della <b>fig 20.I</b> si compone di due aste a formare un campo chiuso. Esternamente è vincolato da un quadripendolo in G e da una cerniera in H. Il campo chiuso presenta una cerniera in B e un quadripendolo in F. Da A a D è presente un carico distribuito di valore $q$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	107
ESERCIZIO N. 21 – Il sistema di <b>fig. 21.I</b> è composto da due aste a formare un campo chiuso. Esternamente è vincolato da un bipendolo in A e da un carrello in F. Il campo chiuso presenta una cerniera in B e un carrello in E ( $G_{mi} = 1$ ). Sui nodi D e C sono presenti carichi concentrati di valore $\mathbf{P}$ . Determinare le reazioni vincolari e i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.....	''	110

*a Chiara e Alessia*



---

## PRESENTAZIONE

Il presente volume *Esercizi di statica* è rivolto essenzialmente agli studenti di architettura che possono così applicare quanto appreso, relativamente ai sistemi isostatici, nei corsi di Statica.

La soluzione “classica” è necessaria per il fatto che i manuali di calcolo, vista l’infinita combinazione degli elementi strutturali, non possono contemplare tutti i casi possibili ed, allora, occorre risolvere il problema di equilibrio di tali sistemi *inediti* secondo una procedura capace di affrontare passo passo il problema. Ed è ciò che propone il presente volume.

È vero che i programmi per computer sono in grado, grazie allo sviluppo dell’analisi matriciale, di trattare gran parte dei problemi di analisi strutturale ma, risolvere un sistema strutturale con i metodi dell’algebra classica e con l’ausilio magari di una semplice calcolatrice tascabile, riveste una grande importanza. Soprattutto dal punto di vista didattico.

È dallo svolgimento accurato e completo di un esercizio di Statica, passo passo, infatti, che è possibile prendere coscienza, intravedere e analizzare a fondo quel fenomeno fisico di *causa-effetto* intrinseco nel comportamento delle strutture.

La Statica ci aiuta a discernere meglio, nell’Architettura, la vitruviana “*firmitas*” che invisibile, con discrezione, nascosta, dietro un’affresco, sostiene da secoli l’ingegno umano.

*Salvatore Sbacchis*



## INTRODUZIONE

### La forza e lo spostamento

La forza è l'ente preposto allo spostamento dei corpi. Un corpo è in equilibrio quando l'insieme delle forze applicate su di esso lo mantengono in uno stato di quiete, di immobilità.

La forza (*causa*) e lo spostamento (*effetto*) presiedono allo stesso fenomeno e sono inscindibili l'uno dall'altro.

Si può affermare che un corpo si sposta (II° principio della dinamica) se il sistema delle forze su di esso applicato non è equilibrato. Nello stesso modo un sistema di forze è equilibrato se il corpo non compie alcun movimento (I principio della dinamica).

### La Statica

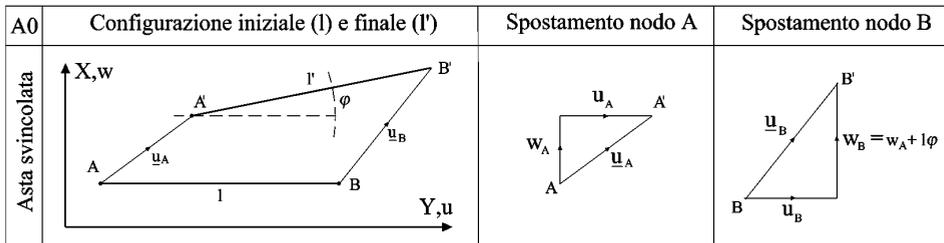
La Statica è la scienza che studia l'equilibrio (da *equo* e *libra*) delle forze applicate ai corpi rigidi a prescindere dallo spostamento dei punti di applicazione delle stesse. Nel campo delle costruzioni civili, la Statica ha come oggetto di studio prevalente l'elemento *asta*.

### L'asta

È un corpo materiale in grado di rappresentare gli elementi strutturali: travi, pilastri, travi reticolari, arcarecci, bielle, ecc., ovvero, tutti quegli elementi strutturali che possono essere assimilati a un solido con una dimensione predominante rispetto alle altre due, e composta da un insieme di fibre.

### I gradi di libertà

L'asta di lunghezza  $l$ , libera nel piano possiede 3 gradi di libertà (GL = 3).



Quando l'asta  $l$  è priva di vincoli (**fig. A0**) è libera di spostarsi nel piano assumendo una qualunque configurazione. Questo cambio di configurazione nel piano è attribuibile alle forze ad essa applicate.

Nel suo spostamento l'asta, nel piano, può compiere:

- a) un moto traslatorio lungo l'asse X;
- b) un moto traslatorio lungo l'asse Y;
- c) un moto rotatorio attorno a un punto generico del piano, ad esempio attorno ad (A').

Quando l'asta ha possibilità di spostarsi si dice *labile*, è un cinematismo ed è possibile equilibrarla solo a mezzo di meccanismi vincolanti capaci di ridurne i movimenti.

Al contrario, se l'asta è sovrabbondantemente vincolata si dice che il sistema è *iperstatico* e per poterne determinare le condizioni di equilibrio si dovrà tenere conto del suo comportamento elastico.

Quando l'asta è sufficientemente vincolata si dice che il sistema è *isostatico* ed è possibile applicare a questo caso, ai fini della ricerca dell'equilibrio, le *equazioni cardinali della statica*.

**I vincoli esterni**

Il compito di contrastare l'azione delle forze attive, e quindi impedire lo spostamento dei corpi, viene affidato a dispositivi meccanici noti con il nome di *vincoli*.

Tali congegni affidano la struttura al suolo (*vincoli esterni*) e realizzano i nodi di collegamento tra le varie aste (*vincoli interni*).

In base al numero di movimenti che riescono a ridurre (*gradi di molteplicità*), vengono classificati in *vincoli semplici, doppi o tripli*.

Nelle figure che seguono sono riportati alcuni vincoli esterni tra i più diffusi. Per l'asta vincolata in A, vengono rappresentati: la configurazione iniziale AB, la configurazione finale A'B' e le reazioni vincolari compatibili con il tipo di vincolo.

**Vincolo semplice**

Appartengono alla classe *vincolo semplice* la cerniera scorrevole (o carrello) e il quadripendolo. Conta gradi di molteplicità esterni ( $Gme = 1$ ).

A1	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Cerniera mobile			

Nella **fig. A1** il *carrello* consente all'asta AB due movimenti ben distinti: una traslazione tangente al piano di scorrimento K e la rotazione attorno alla cerniera in A. L'asta passa dalla configurazione iniziale AB alla configurazione finale A'B'. L'unico movimento impedito è la traslazione normale al piano di scorrimento K. L'unica reazione vincolare  $R_A$  viene disposta normale al piano di scorrimento del carrello.

A2	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Carrello			

Se il piano di scorrimento, o l'asta, sono inclinati rispetto al piano K (**fig. A2**), la reazione vincolare  $R_A$  sarà sempre disposta normale al piano di scorrimento del carrello. In questo caso, dato il piano di scorrimento JK, la reazione vincolare  $R_A$  sarà disposta lungo la retta d'azione passante per il punto A e di direzione normale r.

A3	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Quadrupendolo			

Il quadrupendolo della **fig. A3**, impedisce la rotazione dell'asta  $AB$ . Il momento reattivo  $M_A$  impedisce la rotazione dell'asta ma non la traslazione dell'asta libera di traslare da  $AB$  in  $A'B'$ .

**Vincolo doppio**

Appartengono alla classe *vincolo doppio* la cerniera fissa, il bipendolo, il pattino. Contano gradi di molteplicità esterni ( $Gme = 2$ ).

A4	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Cerniera fissa			

La cerniera della **fig. A4** consente solo la rotazione dell'asta attorno alla cerniera in  $A$ . La traslazione viene impedita dalle due reazioni  $H_A$  e  $V_A$ .

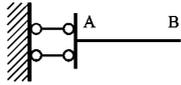
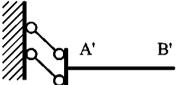
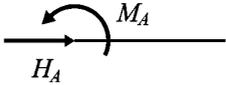
A5	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Cerniera impropria			

Il bipendolo ammette un centro istantaneo di rotazione individuato nel punto d'intersezione ( $K$ ) delle 2 rette  $r$  e  $t$  appartenenti ai 2 pendolini. Se il punto  $K$  è (ragionevolmente) al finito, il comportamento di questo vincolo è riconducibile, nel punto  $K$ , a una cerniera come mostrato in **fig. A5**.

A6	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Bipendolo			

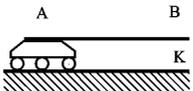
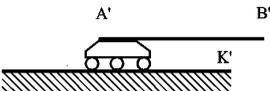
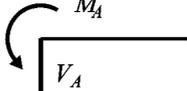
Prolungando la direzione dei pendolini della **fig. A6** si individua il centro di rotazione istantaneo all'infinito. Per la teoria delle catene cinematiche il moto che ne deriva è la trasla-

zione orizzontale dell'asta. Questo tipo di vincolo impedisce all'asta la traslazione nella direzione dei pendolini e la rotazione. Sono le reazioni vincolari  $R_A$  ed  $M_A$  ad impedire rispettivamente la traslazione verticale e la rotazione.

A7	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Bipendolo			

Nella **fig. A7** i pendolini sono disposti orizzontalmente e il moto traslatorio consentito, rispetto alla **fig. A6**, è in direzione verticale.

La reazione  $H_A$ , disposta secondo la direzione dei due pendolini, impedisce la traslazione orizzontale e il momento  $M_A$  impedisce la rotazione.

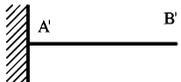
A8	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Incastro scorrevole			

Il pattino (incastro scorrevole) della **fig. A8** consente all'asta di spostarsi solo in direzione del piano di scorrimento.

Le reazioni  $M_A$  e  $V_A$  impediscono la traslazione normale al piano di scorrimento e la rotazione dell'asta.

### Vincolo triplo

Appartiene alla categoria *vincolo triplo* l'incastro. Conta gradi di molteplicità esterni ( $Gme = 3$ ).

A9	configurazione iniziale	configurazione finale	reazioni vincolari
Incastro			

L'incastro è in grado di impedire da solo tutti i movimenti dell'asta.

Le reazioni vincolari  $H_A$ ,  $V_A$  ed  $M_A$ , impediscono rispettivamente la traslazione orizzontale, la traslazione verticale e la rotazione.

### I vincoli interni. I nodi

I vincoli interni servono a trasferire, asta per asta, i carichi ai vincoli esterni e quindi in fondazione. Per l'equilibrio del nodo, la somma delle forze applicate al nodo e degli sforzi tra-

smessi dalle aste deve risultare nulla. Svincolando un vincolo internamente le reazioni saranno quelle di equilibrio del nodo e se il nodo è scarico risulteranno uguali e contrarie.

La classificazione dei vincoli interni rispetta quella dei vincoli esterni, sono anch'essi semplice, doppio e triplo. A meno di esplicita dichiarazione i vincoli si intendono puntiformi e bilaterali.

B1	configurazione iniziale	configurazione finale relativa	reazioni vincolari
Cerniera mobile			

In **fig. B1** il nodo B è stato realizzato ricorrendo all'uso di un carrello. I movimenti introdotti dal vincolo assumono adesso un aspetto relativo. Svincolando nel punto B, le reazioni vincolari  $R_B$  (mutue e contrarie) valgono una per il tratto AB e l'altra per il tratto BC.

B2	configurazione iniziale	configurazione finale relativa	reazioni vincolari
Quadrpendolo			

Nel quadrpendolo della **fig. B2**, le due reazioni mutue  $M_B$  impediscono la rotazione relativa del tratto AB rispetto al tratto BC e viceversa.

B3	configurazione iniziale	configurazione finale relativa	reazioni vincolari
Cerniera fissa			

Nella cerniera della **fig. B3** le reazioni  $V_B$  e  $H_B$  impediscono la traslazione relativa del tratto AB rispetto a BC e viceversa. Il movimento consentito è la rotazione, attorno alla cerniera B, del tratto AB o del tratto BC.

B4	configurazione iniziale	configurazione finale relativa	reazioni vincolari
Incastro scorrevole			

L'incastro scorrevole della **fig. B4** evidenzia il trasferimento dei carichi tra il tratto  $AB$  e il tratto  $BC$  (o da  $CB$  verso  $BA$ ) di una forza  $V_B$  e un momento  $M_B$ .

### Le equazioni cardinali della statica

$$\begin{cases} \sum FX = 0 \\ \sum FY = 0 \\ \sum M_{\Omega} = 0 \end{cases}$$

Tali equazioni stabiliscono le condizioni di stato a cui devono venirsi a trovare le forze per avere un sistema equilibrato (III principio della dinamica).

Un sistema di forze, inserito in un piano, è equilibrato se:

- 1) la somma algebrica (quindi tenuto conto del segno) delle forze attive e reattive parallele all'asse  $X$  è uguale a zero;
- 2) la somma algebrica (quindi tenuto conto del segno) delle forze attive e reattive parallele all'asse  $Y$  è uguale a zero;
- 3) la sommatoria (tenuto conto del segno) dei momenti rispetto ad un punto  $\Omega$  è uguale a zero.

Per potere applicare le tre *equazioni cardinali della statica* è indispensabile che il numero dei gradi di libertà siano uguali ai gradi di molteplicità, ed eccone il motivo: “*Un sistema di equazioni è risolvibile se il numero delle incognite è pari al numero delle equazioni*”.

Nel problema di Statica le incognite del sistema sono date dai gradi di molteplicità del sistema ( $Gm$ ) e il numero delle equazioni sono date dai gradi di libertà del sistema ( $Gl$ ). Per cui deve risultare:

$$Gm \text{ (incognite)} - Gl \text{ (equazioni)} = 0$$

Ovvero il sistema deve essere isostatico.

### Il metodo

Gli esercizi trattati nel presente volume di esercizi sono isostatici per i quali risulta:

$$(Gm) - (Gl) = 0$$

ovvero:

$$(\text{numero di incognite}) - (\text{numero di equazioni}) = 0$$

Per la soluzione dei sistemi isostatici proposti viene seguita, passo passo, l'impostazione impartita agli studenti del corso di Statica della facoltà di Architettura di Palermo.

Il metodo usato per la soluzione dei telai è quello della *Struttura ad albero* che, in linea generale, adotta i seguenti criteri:

#### A) LA PREPARAZIONE DEL MODELLO STATICO

- 1) Valutazione dei gradi di molteplicità ( $Gm$ ) del sistema fornito da:
  - a) gradi di molteplicità dei vincoli esterni ( $Gme$ );
  - b) gradi di molteplicità dei vincoli interni ( $Gmi$ );
  - c) 3 gradi di molteplicità per ogni campo chiuso senza vincoli interni.
- 2) Valutazione dei gradi di libertà ( $Gl$ ) del sistema dati da:
  - a) tre gradi di libertà per ogni asta;
  - b) 1 grado di libertà in più per ogni catena cinematica individuata (tre centri di rotazione allineati).
- 3) Verifica dell'isostaticità del sistema tramite la differenza dei gradi di molteplicità  $Gm$  e dei gradi di libertà  $Gl$  determinati precedentemente
  - a) se risulta  $Gm < Gl$  il sistema è labile;
  - b) se risulta  $Gm > Gl$  il sistema è iperstatico;
  - c) se risulta  $Gm = Gl$  il sistema è isostatico.

Se si verifica la condizione c) il sistema viene svincolato dai vincoli esterni e vengono aperti i campi chiusi.

I vincoli esterni e interni vengono sostituiti con le loro reazioni mutue.

#### B) IL PROBLEMA DI EQUILIBRIO

- 4) Il numero delle equazioni di equilibrio da scrivere viene determinato come segue:
  - a) 3 equazioni di moto assoluto;
  - b)  $n$  equazioni di moto relativo pari alla somma dei gradi di libertà dei vincoli interni;
  - c) soluzione del sistema;
  - d) rappresentazione del modello equilibrato.

#### C) LE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Le caratteristiche di sollecitazione sono le funzioni che descrivono l'andamento dello sforzo normale, del taglio e del momento flettente e sono ottenute nel seguente modo:

- 5) Sezioni che separano in due tronchi il sistema equilibrato operate nei seguenti punti:
  - a) sui carichi distribuiti;
  - b) prima e dopo ogni forza;
  - c) prima e dopo ogni nodo del telaio;
- 6) Ripristino dell'equilibrio tramite i valori  $N_{(x)}$ ,  $T_{(x)}$ ,  $M_{(x)}$  assunti dal vincolo di continuità (incastro continuo). Le tre equazioni necessarie alla determinazione di  $N_{(x)}$ ,  $T_{(x)}$ ,  $M_{(x)}$  sono espresse in assi locali asta.
- 7) Grafico delle tre funzioni  $N_{(x)}$ ,  $T_{(x)}$ ,  $M_{(x)}$  che danno l'andamento delle tre caratteristiche di sollecitazione per tutto il sistema.

Dove si è reso necessario sono stati introdotti richiami di Statica, al fine di rendere di più facile lettura alcune scelte operate, rispetto ad altre, durante lo sviluppo degli esercizi.

**Gli esercizi**

La serie di esercizi proposti sono stati suddivisi secondo i seguenti schemi:

a) Sistema composto da due aste variamente caricate e vincolate:

- sistema rettilineo (esercizi nn. 1-2-3);
- sistema con asta inclinata (esercizi nn. 4-5-6-7).

Rispetto all'asta semplice il sistema composto da due aste comporta l'applicazione di equazioni di moto relativo e un più approfondito esame delle caratteristiche di sollecitazione.

b) Sistema composto da tre aste variamente caricate, inclinate e vincolate:

- Sistema aperto (esercizi nn. 8-9-10);
- Sistema con campo chiuso (esercizi nn. 11-12-13);
- con aste ortogonali (esercizi nn. 14-15-16-17-18-19-20-21).

Gli schemi dal numero 11 al numero 21 comportano l'apertura del campo chiuso con un conseguente aumento del numero di equazioni di moto relativo. Ovviamente è maggiore anche il numero di sezioni da operare per la definizione delle caratteristiche di sollecitazione.

I primi esercizi di ogni serie sono stati completamente svolti, mentre per alcuni sono stati forniti, per evitare troppa ripetitività, soltanto i risultati più salienti.